

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Міністерство освіти та науки України

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Міністерство освіти та науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису  
УДК 534.2

**Котенко Світлана Геннадіївна**

**ДИСЕРТАЦІЯ**  
**ЗНИЖЕННЯ РІВНІВ ШУМУ РУХОМИХ ДЖЕРЕЛ ЗАХИСНИМИ**  
**ЕКРАНАМИ З КІНЦЕВОЮ ЗВУКОІЗОЛЯЦІЄЮ**

05.09.08 Прикладна акустика та звукотехніка

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

Котенко Світлана Геннадіївна

Науковий керівник: Дідковський Віталій Семенович  
доктор технічних наук, професор  
завідувач кафедри Акустики та акустoeлектроніки  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Київ - 2019

## АНОТАЦІЯ

Котенко С.Г. Зниження рівнів шуму рухомих джерел шумозахисними екранами з кінцевої звукоізоляцією. - Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.09.08 - Прикладна акустика та звукотехніка. - Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", МОН України, Київ, 2019.

Дисертація присвячена вирішенню актуального завдання - визначення закономірностей зміни ефективності шумозахисних екранів від їх конструктивних параметрів і геометричного розташування, пошуку шляхів збільшення їх ефективності. Для цього були проаналізовані усі існуючі методи на цей час, проведене порівняння, виявлені їх недоліки.

Так як технічні вимоги до експлуатації екранів вимагають технічні щілини, тому в роботі вперше поставлена та розв'язана задача знаходження ефективності шумозахисного екрана зі щілиною в його основі; вперше поставлена та розв'язана задача знаходження звукового поля довкола нескінченно довгого шумозахисного екрана з перфорацією, вперше запропоновано модель шумозахисного екрану з кінцевою звукоізоляцією у вигляді перфорованого акустично жорсткого екрану, удосконалення комп'ютерного моделювання шумозахисних екранів за допомогою метода кінцевих елементів для знаходження рівнів звукового тиску рухомого джерела звуку довкола шумозахисного екрана, одержані *якісні* оцінки ефективності шумозахисних екранів з кінцевою звукоізоляцією в широкому діапазоні частот та розмірів шумозахисних екранів.

В роботі запропонована нова математична модель шумозахисного екрану з кінцевої звукоізоляцією. Для вирішення завдання використовувався метод часткових областей. Що дозволило визначити акустичне поле навколо екрану та оцінити зниження звукового тиску екраном.

Були проведені натурні та експериментальні дослідження, які показали високу точність кореляції з моделлю.

Практичне значення отриманих результатів роботи постає в використанні шумозахисних екранів з отвором в їх основі, проводити оцінку акустичних властивостей екранів з кінцевою звукоізоляцією, встановлювати кількісні зв'язки між геометричними параметрами шумозахисного екрана та його ефективністю, та враховувати в акустичному проектуванні шумозахисних екранів.

Для роботи над питанням моделювання екрану та розрахунку його ефективності використовувалися методи кінцевих елементів та метод часткових областей. Метод кінцевих елементів, що було використано для комп'ютерного моделювання дає змогу оцінити залежність між звукоізоляцією та ефективністю шумозахисного екрана в більш широкому діапазоні частот, однак за необхідності отримати точні значення ефективності, більш доцільно використовувати метод часткових областей

Був розроблений новий метод розрахунку звукоізоляції екранів, за допомогою геометричних отворів та щілин у тілі екрану. В роботі представлені численні значення та порівняння використання різних розмірів щілин в тілі екрану, що дозволяє редагувати значення звукоізоляційних властивостей матеріалів. А як відомо звукоізоляційні властивості впливають на загальну ефективність екрану. Також за допомогою розрахунків та порівнянню екранів з різною звукоізоляцією було виявлено, що власна звукоізоляція екрану більше 38 дБ, дорівнює абсолютно жорсткому екрану. З цього можливо зробити висновок, що не потрібно вкладати зайві гроші в високо ізоляційні матеріали, для збільшення ефективності екрану. На ефективність більшою мірою впливає геометричні розміри.

В роботі представлені також чисельні розрахунки ефективності екранів в залежності від їх геометричних розмірів. З них видно що чим вище висота, тим більша ефективність екрану. Та можливо бачити, що екрани висотою 3 метра мають дуже малу ефективність. Тому доказано недоцільність використання екранів такої висоти на рівній місцевості.

В роботі була удосконалена комп'ютерне програмне забезпечення щодо розрахунку ефективності шумозахисних екранів. В удосконаленій версії враховується наявність щілини, та власна звукоізоляція тіла екрану.

Також в роботі була поставлена та розв'язана задача з впливу ефекту Доплера на шумозахисні екрани. Актуальність цієї задачі виникає з того що більше ніж  $2/3$  території населених міст, що розташовані неподалік транспортних магістралей, перебувають в зоні над нормованих рівнів шуму. Та основним джерелом шуму є рухомі об'єкти, такі як автомобілі, та залізничний транспорт. Запропонована математична модель для знаходження часової залежності звукового тиску при рівномірному русі джерела звуку. Розглянуто питання визначення частотних характеристик рухового джерела звуку.

Результати математичного моделювання показують, що звуковий тиск, який надходить до приймача від джерела, що рівномірно рухається, описується складною функціональною залежністю. Детальний аналіз розрахунків показує, що часова залежність не є симетричною відносно свого екстремуму, і чим вища швидкість руху тим більша асиметричність.

Побудована математична модель показує зміну звукового тиску та частоти звуку, що спостерігаються в розрахунковій точці від рівномірно рухомого джерела звуку. Дані результати дозволяють оцінити вплив швидкості руху джерела звуку на ефективність шумозахисного екрану. Розрахунки показують, що зміна частоти звуку збільшується зі збільшенням швидкості руху та для швидкостей 180 км/год (50 м/с) ця зміна становить 30% від частоти звуку нерухомого джерела. Даний факт впливає на ефективність шумозахисних екранів, що встановлюються уздовж автомобільних та залізничних шляхів, які застосовуються для зниження шуму від рухомих джерел. Можемо побачити що при зміні частоти звуку на 30% ефективність екрана змінюється лише на 1,1 дБ. Тобто, навіть для швидкостей понад 180 км/год ефект Доплера має незначний вплив на ефективність екрану.

Під час роботи над теоретичною частиною та експериментальною, були проведені натурні вимірювання. Ефективність екрану оцінювалась різницею рівнів звукового тиску від однієї і тієї ж автодороги без екрану та з екраном. В роботі представлені численні результати багатьох вимірювань в різних містах України, та їх порівняння з розрахунковими значеннями. Результати порівняння результатів розрахунку екрана з кінцевою звукоізоляцією з результатами натурних вимірювань

показують, що похибка в результатах лежить в межах  $\pm 2$  дБ, що є непоганим результатом з огляду на те що в будівельній акустиці похибка в  $\pm 5$  дБ є прийнятною. Процедура проведення вимірювань полягала в одночасному вимірюванні шумової характеристики транспортного потоку перед екраном, на відстані 7,5 метра від осі найближчою полоси, та визначенню рівнів шуму та рівнів звукового тиску в октавних смугах частот в точках вимірювання за екраном. Вимірювання проводилися відповідно до діючих нормативних актів. Експериментальні результати та результати розрахунку свідчать про те, що врахування звукоізоляції призводить до наближення результатів розрахунку до експериментальних даних. Розбіжність результатів експерименту та розрахунку без урахування звукоізоляції становить  $\pm 5$  дБ в той час як при врахуванні звукоізоляції -  $\pm 1,5$  дБ. Експериментальні дослідження в натурних умовах та на моделі підтвердили результати, які були отримані за допомогою аналітичного метода часткових областей. Дані з результатами вимірювань на сельбіщній території слід додавати до карт шуму міст. Згідно цих даних проводиться аналізи шумового забруднення території, та необхідність впроваджувати додаткові методи боротьби із шумом, таких як встановлення шумозахисних екранів.

В результаті роботи можна виділити наступні практичні значення:

Одержані якісні оцінки ефективності шумозахисних екранів з кінцевою звукоізоляцією в широкому діапазоні частот та розмірів екрана: зі зменшенням розміру щілини ефективність екрана монотонно зростає й асимптотично наближається до акустично жорсткого екрану; розміщення щілини суттєво не впливає на його ефективність, суттєвими є лише її розмір та частота звуку; для шумозахисних екранів достатньою є звукоізоляція  $R=30$  дБ;

Результати дисертації використовувалися під час виконання розрахункових робіт, при розробці рекомендацій для проектування шумозахисних екранів на території України та підготовленні рекомендації до впровадження змін в державні стандарти.

Ключові слова: ефект Доплера, екран зі щілиною, кінцева звукоізоляція, ефективність шумозахисного екрана, зниження звукового тиску, захист від шуму, карти шуму.

## ABSTRACT

Kotenko, S. G. "Reducing of noise levels from moving sources by acoustic shields with ultimate acoustic insulation,"

Qualifying research paper published as manuscript.

Candidate of Technical Sciences dissertation, specialty 05.09.08. Applied acoustics and acoustic engineering, the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute," the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2019.

The dissertation is devoted to the solution of the actual problem: the determination of patterns of change in the effectiveness of acoustic shields from their design parameters and geometric location, the search for ways to increase their effectiveness. To do this, we have analyzed all currently available methods, compared them, and identified their drawbacks.

Since the technical requirements for the operation of shields require technical gaps, the task of finding the effectiveness of an acoustic shield with a gap at its basis has been set and solved in the paper for the first time; the problem of finding the acoustic field around the infinitely long acoustic shield with perforation has been set and solved for the first time; the model of the acoustic shield with the ultimate acoustic insulation in the form of a perforated acoustically-hard shield has been suggested for the first time; the computer modeling of the acoustic shield was improved with the help of the finite-element method for finding the levels of sound pressure of a moving sound source around the acoustic shield; a high quality evaluation of the effectiveness of acoustic shields with ultimate acoustic insulation in a wide range of frequencies and sizes of acoustic shields has been obtained.

The paper offers a new mathematical model of the acoustic shield with ultimate acoustic insulation. To solve the problem, we have used a method of partial areas. This

made it possible to determine the acoustic field around the shield and estimate the decrease in the sound pressure by the shield.

The full-scale investigation and experimental studies were conducted that showed high accuracy of the correlation with the model.

The practical importance of the results obtained is in the use of acoustic shields with a hole in their basis, in the assessment of the acoustic properties of the shields with ultimate acoustic insulation, in the establishment of quantitative relationships between the geometric parameters of the acoustic shield and its effectiveness, and in taking them into account in the acoustic design of acoustic shields.

The finite-element method and the method of partial areas were used to work on the shield modeling and to calculate its effectiveness. The finite-element method used for computer modeling allows us to assess the relationship between the acoustic insulation and the effectiveness of the acoustic shield in a wider range of frequencies. But if it is necessary to obtain precise effectiveness values, it is more appropriate to use the method of partial areas.

A new method for calculating the acoustic insulation of shields was developed, using holes and gaps in the shield body. Numerous values and comparisons of using different sizes of gaps in the shield body have been presented in the paper, which allows editing the value of the soundproofing properties of the materials. As we know, the soundproofing properties affect the overall effectiveness of the shield. Also, the calculations and comparison of shields with different acoustic insulation have helped identify that the shield's acoustic self-insulation of more than 38 dB is equal to an absolutely hard shield. This allows us to conclude that it is not necessary to invest extra money in highly insulating materials to increase the effectiveness of the shield. The effectiveness is rather influenced by geometric dimensions.

The paper also presents numerical calculations of the shield effectiveness, depending on their geometric dimensions. They make it clear that the higher the height, the greater the effectiveness of the shield. One can also see that three-meter-high shields have very low effectiveness. Therefore, the uselessness of using shields of such height on a flat terrain has been proven.

In the paper, the computer software for calculation of the effectiveness of acoustic shields has been improved. The improved version takes into account the gap and the acoustic self-insulation of the shield body.

The task of the Doppler Effect influencing the soundproof barriers has also been set in the paper and solved. This task is crucial because almost 70% of the country area in cities and towns located near the transport highways are in the zone with the level of noise above the normal. But the main source of noise is moving objects, such as cars and rail transport. A mathematical model for finding the time dependence of sound pressure with a uniform motion of the sound source has been suggested. The issue of determining the frequency characteristics of a moving sound source has been considered.

The results of mathematical modeling show that the sound pressure coming to the receiver from a uniformly moving source is described by a complex functional dependence. A detailed analysis of the calculations shows that the time dependence is not symmetric with respect to its extreme value, and the higher the speed of the movement, the greater the asymmetry.

The constructed mathematical model shows the change in the sound pressure and the frequency of sound observed at the calculated point from the uniformly moving sound source. These results allow estimating the influence of the speed of the source of sound on the effectiveness of acoustic shields. Calculations show that the change in the frequency of sound increases with the increase in speed and for speeds of 180 km/h (50 m/s), this change is 30% of the sound frequency of a steady source. This fact affects the effectiveness of acoustic shields used to reduce the noise of moving sources, such as traffic flows. We can see that when the frequency of sound changes by 30%, the change of the shield effectiveness is only 1.1 dB. In other words, even for speeds over 180 km/h, the Doppler Effect has little influence on shield effectiveness.

While working on the theoretical and the experimental, we made full-scale measurements. The shield effectiveness was measured by the difference in levels of sound pressure from the same highway without a shield and with a shield. The paper presents numerous results of many measurements in different cities of Ukraine and their comparison with the estimated values. The results of comparison of the results of



calculation of the shield with the ultimate acoustic insulation with the results of full-scale measurements show that the error in the results is within  $\pm 2$  dB, which is a good result given that in the construction acoustics, the error of  $\pm 5$  dB is acceptable. The procedure for conducting measurements was to simultaneously measure the noise characteristics of the traffic flow in front of the shield, at a distance of 7.5 meters from the axis of the nearest way, and to determine the noise levels and the levels of sound pressure in the octave frequency bands at the points of measurement behind the shield. Measurements were carried out in accordance with current regulations. Experimental results and results of the calculation indicate that the consideration of acoustic insulation leads to the approximation of the calculation results to experimental data. The difference between the results of the experiment and calculation without regard to the acoustic insulation is  $\pm 5$  dB, while the difference with regard to the acoustic insulation is  $\pm 1.5$  dB. Experimental studies in the natural conditions and on the model have confirmed the results obtained with the help of the analytical method of partial areas. The data from the measurements on the country territory should be added to the noise maps of the cities. According to these data, the noise pollution of the territory and the need to implement additional methods of noise pollution control, such as the installation of acoustic shields, are analyzed.

As a result of the work, we can distinguish the following practical importance:

Qualitative evaluations of the effectiveness of acoustic shields with ultimate acoustic insulation in a wide range of frequencies and shield sizes are obtained: as the size of the gap decreases, the shield effectiveness monotonously increases and asymptotically approaches the acoustically hard shield; the location of the gap does not significantly affect its effectiveness, only its size and sound frequency matter; the soundproofing of  $R = 30$  dB is sufficient for acoustic shields.

The results of the dissertation were used during the calculation work, in the development of recommendations for the design of acoustic shields in Ukraine, and in the preparation of recommendations for the introduction of changes in state standards.

Keywords: Doppler Effect, a shield with a gap, ultimate acoustic insulation, acoustic shield effectiveness, sound pressure reduction, noise protection, noise maps.

### Список публікацій здобувача

1. Заєць В.П., Котенко С.Г., Осипчук Л.Н., Трохименко Н.О. Ефективність шумозахисних екранів кінцевої звукоізоляції // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка. – 2012. – №. 46. – С. 107-111., м.Київ. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів*
2. Котенко С. Г. Измерение акустических свойств шумозащитного экрана в г. Харькове //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – Т. 6. – №. 10. – С. 64-67., м. Харків. (Index Copernicus)
3. Котенко С. Г. Про акустичний комфорт малих придорожніх готелів //Системи обробки інформації. – 2014. – №. 7. – С. 32-40.
4. Заєц В.П., Котенко С.Г., Трохименко М.П., Шумозахисні екрани в Україні: помилки проектування та будівництва // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка. – 2014. – №. 52. – С. 14-17., Київ. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів*
5. Заєць В. П., Котенко С. Г. Звук рухомого точкового джерела //Електроніка та Зв'язок. – 2015. – Т. 20. – №. 4. – С. 89-93. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні порівняння параметрів експерименту*
6. Авдєєв О. В., Заєць В. П., Котенко С. Г. Комп'ютерне моделювання коливань дзвону //Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – 2015. – Т. 49. – С. 164-169. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні аналізу результатів*
7. V. Zaets, S. Kotenko. Investigation of the efficiency of a noise protection screen with an opening at its base. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol.5. – N5(89). – 2017. p.–4-11. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів (Scopus)*
8. Дідковський В.С., Котенко С.Г. Ефективність шумозахисних екранів на мостах. Міжнародна наукова конференція " II Міжнародній науково-практичній конференції «Перспективні шляхи розвитку наукових знань»– Київ, січень 2019. *Особистий внесок здобувача полягає в проведених розрахунках та аналізі результатів*

9. Погребняк А., Котенко С.Г. «Вплив звукоізоляції на акустичну ефективність шумозахисного екрана» ELCONF-2015, стр.28-31 <http://elconf.ieee.org.ua/>. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів та порівняння методик*

10. Погребняк А.О., Котенко С.Г. «Шумозахисні екрани з кінцевою звукоізоляцією». Матеріали XLII Міжнародна науково-практична конференція «Пріоритетні напрями наукових досліджень», Чернівці 15-16 червня 2016. – Т.1. – Київ: Науково-видавничий центр «Лабораторія думки», 2016.-с.8-12. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів*

11. Поторжицький В.В., Котенко С.Г., Заєць В.П., Патент на корисну модель №108733 «Шумозахисний екран», 2016. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні патентних досліджень та розробці опису винаходу.*

12. Заєць В.П., Котенко, С.Г., Теленга А.О Патент на корисну модель №79889 «Шумозахисний екран», 2018. *Особистий внесок здобувача полягає в розробці опису винаходу та визначенні формули.*

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>15</b>
<b>1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ .....</b>	<b>22</b>
1.1 Методи зниження шуму .....	22
1.1.1 Архітектурно-будівельні засоби.....	22
1.1.2 Засіб звукоізоляції.....	23
1.1.3 Засоби звукопоглинання.....	24
1.1.4 Засіб екранування.....	24
1.1.5 Засіб звуко-віброізоляції .....	25
1.1.6 Засіб демпфування .....	25
1.1.7 Глушники шуму .....	25
1.2 Аналітичні методи розрахунку ефективності екранів .....	26
1.2.1 Метод Зоммерфельда – Макдональда.....	29
1.2.2 Метод Редферна .....	30
1.2.3 Метод інтегральних виразів.....	32
1.2.4 Метод Реттінгера.....	33
1.2.5 Метод Келлера.....	34
1.2.6 Метод Маєкави.....	34
1.3 Чисельні методи розрахунку шумозахисних екранів.....	37
1.3.1 Метод кінцевих елементів.....	37
1.3.2 Метод граничних елементів.....	37
1.4 Метод часткових областей .....	38
1.5 Нормативні документи .....	39
1.5.1 Чинні нормативні документи в Україні.....	40
1.5.2 Європейські стандарти щодо шумозахисних екранів .....	42
1.6 Висновки до першого розділу.....	45
<b>2 АСПЕКТИ ВПЛИВУ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ШУМОЗАХИСНИХ ЕКРАНІВ .....</b>	<b>47</b>

2.1	Ефект Доплера, його вплив на ефективність .....	47
2.1.1	Постановка задачі.....	47
2.1.2	Розв’язання.....	48
2.1.3	Аналіз розв’язку .....	52
2.1.4	Комп’ютерне моделювання .....	53
2.2	Ефективність шумозахисних екранів кінцевої звукоізоляції .....	58
2.2.1	Постановка числового експерименту .....	60
2.2.2	Звукоізоляція екранів.....	61
2.2.3	Аналіз отриманих результатів .....	63
2.3	Висновки до розділу 2 .....	66
<b>3</b>	<b>ШУМОЗАХИСНИЙ ЕКРАН ЗІ ЩІЛИНОЮ.....</b>	<b>68</b>
3.1	Екран з отвором в основі.....	68
3.1.1	Постановка задачі.....	69
3.1.2	Аналітичний розв’язок задачі .....	70
3.2	Екран з отвором в середній частині .....	81
3.2.1	Постановка задачі.....	82
3.2.2	Аналітичний розв’язок задачі .....	83
3.3	Екран з багатьма отворами.....	89
3.3.1	Постановка задачі.....	89
3.3.2	Аналітичний розв’язок задачі .....	90
3.4	Аналіз результатів розрахунків .....	95
3.5	Висновки до розділу 3 .....	96
<b>4</b>	<b>МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ.....</b>	<b>98</b>
4.1	Комп’ютерне моделювання .....	98
4.1.1	Точність розрахунку методом кінцевих елементів .....	98
4.2	Передумови до аналізу результатів математичного моделювання.....	101
4.2.1	Звукоізоляція шумозахисних екранів .....	101
4.2.2	Тональне та шумове джерело .....	102

4.3	Аналіз результатів математичного моделювання.....	102
4.4	Взаємозв'язок між ефективністю екрана та звукоізоляцією .....	110
4.5	Натурні експериментальні дослідження.....	112
4.5.1	Дарницький міст. Загальна характеристика об'єкту досліджень та методика проведення вимірювань .....	112
4.5.2	Результати вимірювань.....	115
4.5.3	Траса Київ - Чоп. Загальна характеристика об'єкту досліджень та методика проведення вимірювань. ....	119
4.5.4	Результати експерименту .....	120
4.6	Висновки до розділу 4 .....	123
	<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>125</b>
	<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>127</b>
	<b>Додаток А АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ .....</b>	<b>137</b>
	<b>Додаток Б РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ 2 .....</b>	<b>144</b>
	<b>Додаток В РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ 3 .....</b>	<b>149</b>
	<b>Додаток Г ЕФЕКТИВНІСТЬ ШУМОЗАХИСНИХ ЕКРАНІВ ЗІ ЩІЛИНАМИ.....</b>	<b>162</b>
	<b>Додаток Д СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА.....</b>	<b>171</b>

## ВСТУП

Кожного дня все більше уваги приділяється якості життя людини, та його здоров'я. Одним із факторів впливу на стан здоров'я людини є шум, та його надмірні рівні. В умовах міста джерелом всепроникного та нав'язливого шуму є рухомі джерела, такі як легкові та вантажні автомобілі, потяги тощо. Концентрація шуму такого роду відбувається уздовж магістралей автомобільних чи залізничних.

В даний час карти шуму являються загальноновизнаним найбільш зручним джерелом інформації з акустичної ситуації на території міст, а також ефективним інструментом контролю боротьби зі шумом. Шумові карти використовуються для розробки стратегічних планів боротьби зі шумом.

В Європі відповідно до Директиви ЄС 2002 / 49ЕС [1] визначена законодавча база для створення карт шуму. Згідно Директиви, карти шуму повинні містити інформацію про існуючу або прогнозовану акустичну ситуацію, перевищення нормованих рівнів шуму, кількість людей, яка підпадає під вплив надмірних рівнів шуму, а також про кількість житлових будинків, лікарень та шкіл, розташованих на даній ділянці. Карти будуються для шуму залізничного, автомобільного та авіатранспорту, а також для промислових підприємства (включаючи порти та виробництва). На карті відображаються рівні шуму в нічний та денний час, на висоті 4 м, з кроком в 5 дБА. Згідно з європейським законодавством, карти шуму повинні будуватися в наступних випадках:

- для сельбищної території з населенням понад 100 тис. жителів;
- для автомагістралей з інтенсивністю руху понад 3 млн. автомобілів на рік;
- для залізничних магістралей з інтенсивністю руху більше 30 тис. поїздів на рік;
- для аеропортів з інтенсивністю руху понад 50 тис. взлетів-посадок на рік.

На картах шуму міст [2] видно які надмірні рівні шуму спричиняють рухомі джерела, та відстань на яку вони розповсюджуються. В усьому світі також найбільш розповсюдженим джерелом надмірного шуму є транспортні потоки, які по різних даним вкривають від 50 % до 70 % територій поселень [3], що призводить до погіршення слуху, особливо у дітей [4]. Тому задача із захисту від транспортного

шуму має глобальний характер. В наш час в провідних країнах світу приділяється велика увага будівництву нових та реконструкції транспортних магістралей що існують, для збільшення інтенсивності транспортних перевезень та покращенню безпеки експлуатації. Однією з вимог по безпечній експлуатації будь-яких будівельних об'єктів, до яких безперечно входять й автомобільні та залізничні шляхи, є вимога «захист від шуму» [5]. В державних нормативних документах вказано про необхідність застосування шумозахисних екранів, як дієвого способу зниження шуму транспортних потоків. Методика розрахунку ефективності таких екранів є досить застарілою та не відповідає сучасним потребам в точності та надійності [6, 7].

У багатьох роботах, таких як [8, 9] відображено негативний вплив шуму на людину. Вчені сходяться до виводу що людині вкрай потрібен відпочинок від шуму, а в умовах міста, це майже неможливо ні в день, ні в ночі. Чисельні випробування, які проводив автор, виявили, що надмірні рівні шуму уздовж доріг перевищують норми навіть у нічний час в оселях мешканців. В таких умовах про здоров'я людини не може бути й речі. Коли людина весь час знаходиться під впливом шуму і в день, і в ночі, в неї знижується рівень концентрації, робото спроможності, вона швидше втомлюється та інше [10]. Ці фактори є основними для розвитку депресій, суїцидальних нахилів. А при постійному впливі можуть бути незворотні наслідки. В багатьох роботах науковців є обґрунтування чому шумозахисні екрани є найбільш ефективними [11].

Також джерелом шуму служить й технічне обладнання, таке як генератори, вентиляційні установки, спеціалізована техніка. Останнім часом захисту від шуму обладнання приділяється все більше уваги. Для боротьби із такого роду шуму та зниження його рівня також використовують шумозахисні екрани. Тобто розрахунок акустичних властивостей, та ефективність екранів може бути дуже різноманітною, та потребують розрахунків з безліччю нюансів, які впливають на конструкцію та ефективність екранів. Акустичні екрани застосовуються в тому разі, коли рівень звукового тиску прямого звуку в розрахунковій точці перевищує рівні звукового тиску в цій же точці від інших джерел та відбитого звуку. Тобто



екранування доцільно в зоні прямого звуку. Екран встановлюється між джерелом звуку і розрахунковою точкою і утворює за собою акустичну тінь. Величина зниження рівнів звукового тиску в тіньовій зоні за рахунок екранування залежить в основному від шляхів проникнення в неї звуку: дифракція, віддзеркалення від поверхонь і т.д., а також від співвідношення геометричних параметрів системи джерело – екран - приймач і довжини звукової хвилі.

У містобудуванні джерелами шумів можуть бути виробничі підприємства, різне обладнання (наприклад, трансформатори), будівельний шум, автомобільний, залізничний, авіаційний транспорт і т.п. Якщо в результаті розробки містобудівних заходів щодо захисту забудови від шуму не вдається забезпечити нормальний акустичний режим, то найчастіше доводиться вдаватися до будівельно-акустичним засобам, таким як екрани, шумозахисні будівлі і т.п. Акустичні екрани знайшли своє застосування як один із засобів зниження рівнів шуму на території підприємств, захисту сільбищної зони від виробничих і транспортних шумів. У ролі екранів можуть виступати спеціальні конструкції (огороження) типу: насипу, виїмки, їх комбінації, а також шумозахисні будівлі. Порівняння ефективності земляних насипів, тонких екранів та їх комбінацій проведено в [12]. У роботі показано, що акустичні ефективності зазначених рішень приблизно однакові. Таким чином, збільшення висоти насипу за рахунок тонких стін є хорошим рішенням з акустичної точки зору. Аналогічних результатів можна досягти, якщо встановлювати стінки-екрани на бровках виїмок.

Останнім часом в будівельних конструкціях почали застосовувати полегшені бетони та полімерні матеріали, що дозволяють зменшувати вартість будівництва та збільшувати його висотність. Така ж тенденція зустрічається і при будівництві шумозахисних екранів. Раніше екрани будувалися переважно із важких будівельних матеріалів як бетон, цегла тощо, зараз же перевага надається відносно легким конструкціям: сандвіч-панелі типу сталь-мінеральна вата-сталь, органічне скло та монолітний чи чарунковий полікарбонат тощо. Така ситуація призводить до того, що звукоізоляція конструкцій екрану різко зменшилася особливо в області низьких частот. Внаслідок чого ефективність екранів за тих же геометричних розмірів та

ситуації на місцевості зменшилася, а методи розрахунків, що були побудовані та практично перевірені на більш важких конструкціях не можуть бути застосовані для такого типу екранів.

Тому задача якісної оцінки ефективності шумозахисних екранів особливо при зменшеній звукоізоляції і в умовах коли необхідно враховувати енергію звуку що проходить крізь екран на сьогодні є вкрай важливою та актуальною.

### **Зв'язок роботи із науковими програмами, планами, темами.**

Результати роботи пов'язані з НДР «Дослідження розповсюдження звукових хвиль в архітектурних об'єктах, складної форми» (ДР № 0116U006404) та Держбюджетна тема № 2119-п “Розробка неінвазивної пасивної акустичної системи нового покоління для вимірювання критичних фізіологічних параметрів головного мозку та внутрішнього вуха людини” (номер державної реєстрації - № 0118U003533), а також з науковими тематиками та планами кафедри акустики та акустoeлектроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського.

**Мета дисертації** метою даної роботи є визначення закономірності зміни ефективності шумозахисного екрану від його геометричних розмірів та конструкції й пошук шляхів покращення їх експлуатаційних якостей.

**Об'єктом наукового дослідження** є явище зниження рівнів звукового тиску шумозахисними екранами різної конструкції.

**Предметом наукового дослідження** є акустичні властивості шумозахисних екранів.

**Методи дослідження:** дослідження, що викладені в роботі ґрунтуються на аналітичному розв'язанні задач математичної фізики, а саме: розв'язанні хвильового рівняння для знаходження акустичного поля довкола шумозахисного екрана з використанням методу часткових областей. Чисельні дослідження базувалися на використанні методу кінцевих елементів. Для оцінки точності результатів розрахунків були проведені натурні вимірювання за стандартними методиками.

Наукова новизна результатів роботи:

1) вперше поставлена та розв'язана задача знаходження ефективності шумозахисного екрана зі щілиною в його основі;

2) вперше поставлена та розв'язана задача знаходження звукового поля довкола нескінченно довгого шумозахисного екрана з перфорацією;

3) вперше запропоновано модель шумозахисного екрану з кінцевою звукоізоляцією у вигляді перфорованого акустично жорсткого екрану;

4) удосконалення комп'ютерного моделювання шумозахисного екрану за допомогою метода кінцевих елементів для знаходження рівнів звукового тиску рухомого джерела звуку довкола шумозахисного екрана;

5) одержані *якісні* оцінки ефективності шумозахисних екранів з кінцевою звукоізоляцією в широкому діапазоні частот та розмірів шумозахисних екранів.

Практичне значення отриманих результатів:

- можливість використання шумозахисних екранів з отвором в їх основі;
- оцінка акустичних властивостей екранів з кінцевою звукоізоляцією;
- встановленні кількісних зв'язків між геометричними параметрами шумозахисного екрана та його ефективністю;
- акустичне проектування шумозахисних екранів в Україні.

Результати роботи були впроваджені в виконаних акустичних проектах:

- акустичний проект зниження рівнів шуму автодороги Н-01 в межах Київ-Знамянка, 14+740 – км 43+345, Київська обл., за допомогою шумозахисних екранів виконаний на замовлення ДП «Укрдіпродор»;

- акустичний проект зниження рівнів шуму автодороги Київ-Одеса в ж/м Теремки в м. Київ за допомогою шумозахисних екранів виконаний на замовлення ТОВ «Торговий дім «Завод ЄВРОФОРМАТ»;

- Рекомендації по зниженню шуму залізничного транспорту на території об'єкта "Будівництво багатоквартирних житлових будинків по вул. Джерельній, 69 у м. Львові зі знесенням існуючих споруд" для захисту від шуму ЖК «Бельгійське містечко» за допомогою шумозахисного екрана. Замовлення ТОВ «Галіція Апартаментс», виконано у ДП НДІБК.

- звіт за результатами натурних вимірювань рівнів шуму на території за адресою вул. Ніженська, 9 в м. Харків та розрахунків очікуваних рівнів шуму при встановленні шумозахисних екранів на замовлення ТОВ «ПОЛЮС»;

- рекомендації зі зниження шуму від автотранспорту уздовж кільцевої дороги, для захисту від шуму отельного комплексу вулиця Дмитрова, 2в, Софіївська Борщагівка, Києво-Святошинського району, Київської обл. Замовник БК «МВС»

- акустичний проект захисту від шуму «Проект подовження вул. Суздальської до просп. Повітрофлотського з будівництвом шляхопроводу через залізничні колії» на замовлення ТОВ «Інститут комплексного проектування об'єктів будівництва»;

Отриманні результати можуть бути використанні при розробленні нормативних документів в галузі будівельної акустики та захисту від шуму, в інженерній практиці та навчальному процесі зокрема в Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» та в Національному технічному університеті «Харківський Політехнічний Інститут» на кафедрах акустичного спрямування.

Апробація результатів роботи.

Основні положення та результати дисертації обговорювались на:

1. Третя міжнародна науково-технічна конференція Інформаційні проблеми теорії акустичних, радіоелектронних і телекомунікаційних систем IPST-2014. м. Харків 21-23 жовтня 2014 р.

2. VIII Міжнародна науково-практична конференція молодих вчених "Електроніка-2015» ELCONF-2015. м.Київ, 15-17 квітня 2015.

3. IV Міжнародна конференція «Інформаційні проблеми теорії акустичних, радіоелектронних і телекомунікаційних систем» ІПТС-2015. м. Харків, 04-06 вересня 2015.

4. 13 Міжнародний форум будівництва, експлуатації, проектування автомобільних доріг та мостів «АВТОДОРЕКСПО-2015», м.Київ, 27.11.2015.

5. XLII Міжнародна науково-практична конференція ПРІОРИТЕТНІ НАПРЯМИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ, м.Чернівці 15-16 червня 2016.

6. 14 Міжнародний форум будівництва, експлуатації, проектування автомобільних доріг та мостів «АВТОДОРЕКСПО-2016», м.Київ, 30.11.2016.

7. II Міжнародній науково-практичній конференції «Перспективні шляхи розвитку наукових знань », м. Київ, 26-27 січня 2019.

Публікації та особистий вклад здобувача. За темою дисертації опубліковано 12 робіт [13-24], серед них 7 статей у наукових фахових виданнях, з них 2 включено до міжнародних наукометричних баз даних; 2 патенти України на корисну модель, 3 тези доповідей в збірниках і матеріалах конференцій.

Основні результати роботи отримані автором самостійно. Співавтори робіт кандидат технічних наук, доцент Заєць В.П., Погрібняк А.В. та Авдєєв О.В. брали участь в проведенні експериментів та аналізі отриманих результатів. Доктору технічних наук, професору Дідковському В.С. співавтору робіт [22] належить загальна ідея досліджень та участь в обговоренні результатів.

Дисертанту належать наступні наукові результати: аналітична побудова розв'язку задачі про знаходження акустичного поля довкола шумозахисного екрану з отворами, реалізація алгоритмів чисельного розрахунку; обробка результатів експериментальних досліджень та комп'ютерного моделювання, фізична інтерпретація отриманих результатів та оформлення висновків.

**Структура та обсяг дисертаційної роботи:** Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел літератури та додатків. Основний текст містить 48 рисунків, 6 таблиць. Загальний обсяг дисертації складає 172 сторінок, з яких 126 – основний текст, 10 – список літератури, 36 – додатки.

**Вдячність.** Автор висловлює глибоку подяку науковому керівнику, завідувачу кафедри акустики та акустoeлектроніки Дідковському Віталію Семеновичу та доцента, кандидата фізико-математичних наук Луньову Світлану Андріївну за постійну увагу до роботи, а також старшому науковому співробітнику лабораторії будівельної та архітектурної акустики Трохименку Миколі Панасовичу та науковому співробітнику Осипчуку Леоніду Микитовичу за допомогу в проведенні лабораторних та натурних експериментів та обговоренні їх результатів.

# 1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

## 1.1 Методи зниження шуму

В будівельній акустиці виділяють декілька засобів та способів зниження шуму:

- архітектурно-планувальні засоби;
- засоби звукоізоляції;
- засоби звукопоглинання;
- засоби екранування;
- засоби звуко-віброізоляції;
- засоби демпфування;
- глушники шуму.

Розглянемо коротко кожен з них.

### 1.1.1 Архітектурно-будівельні засоби

Даний засіб зниження шуму застосовується при проектуванні районів та мікрорайонів міста. Полягає у визначенні основних джерел шуму таких як транспортні магістралі, промислові підприємства тощо, та розташування територій і будинків з жорсткими вимогами щодо допустимих рівнів шуму якнайдалі від таких джерел. Крім того також до даного способу відноситься улаштування екрануючих будинків.

Ефективність даного способу зменшення шуму полягає в збільшенні відстані між джерелом шуму та територією що необхідно захистити від шуму, дана залежність виражається:

- для локальних джерел, таких як трансформаторні підстанції, дахові котельні, вентиляційні агрегати тощо.

$$\Delta L_{\text{відс}} = 20 \lg r, \quad (1.1)$$

- для транспортних потоків

$$\Delta L_{\text{відс}} = 10 \lg r \quad (1.2)$$

де  $r$  - відстань від джерела звуку до розрахункової точки.

Як показує практика на відстані 200-300 м рівні шуму знижуються до нормативних величин для більшості типів територій.

Що стосується будинків-екранів, то їх ефективність залежить від їх геометричних розмірів та місця розташування та може сягати 20-30 дБ.

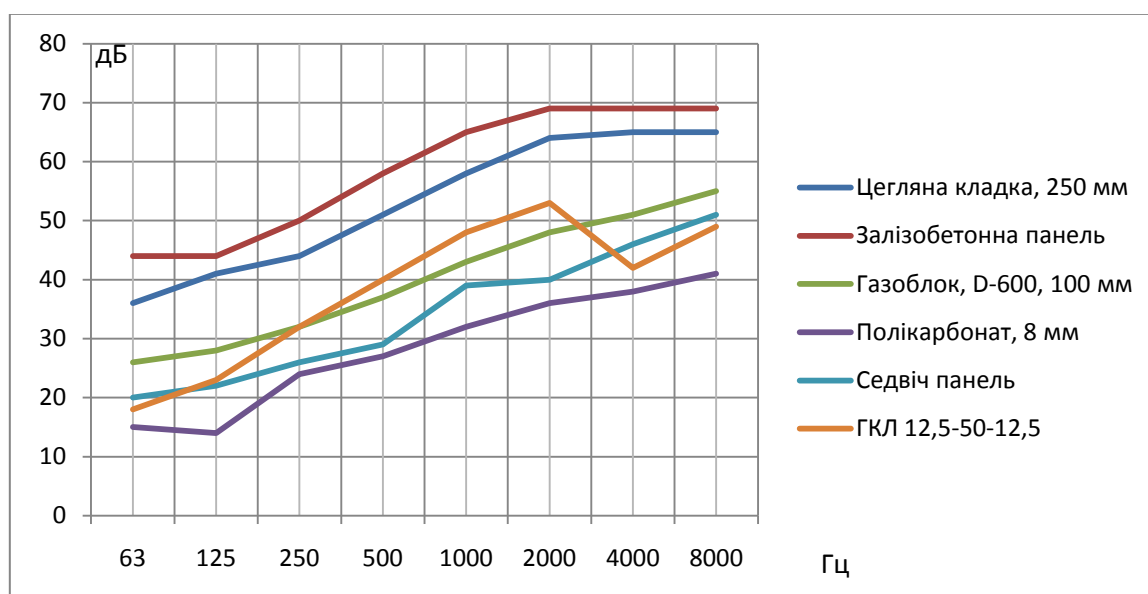
### 1.1.2 Засіб звукоізоляції

Даний засіб застосовується для зниження шуму при розповсюдженні звука між приміщеннями та між приміщенням, та/або навколишнім середовищем. Зниження шуму відбувається за рахунок відбиття чи поглинання шуму огороженням.

В будівельній акустиці розглядають декілька типів огорожень звукоізоляцію яких розраховують графічним способом [25]:

- акустично однорідні масивні огороження (цегляна кладка, всі види бетону тощо);
- огороження із листових матеріалів (ГКЛ, ГВЛ, ОСП, ДСП тощо);
- каркасні огороження з обшивкою листовими матеріалами без чи із заповненням проміжку між листами звукопоглинальним матеріалом.

Орієнтовні частотні характеристики звукоізоляції перелічених конструкцій наведені на рис. 1.



**Рисунок 1.** - Частотні характеристики звукоізоляційних властивостей різних матеріалів.

Як видно з рис.1 масивні огороження мають значну звукоізоляцію на низьких частотах а при збільшенні частоти звукоізоляція зростає зі швидкістю 7,5 дБ/октаву. Листові матеріали мають меншу звукоізоляцію ніж масивні однорідні огороження.

Каркасні перегородки на низьких частотах також програють у звукоізоляції масивним огороженням однак на середніх і особливо високих частотах дані конструкції мають перевагу перед акустично однорідними огороженнями.

### ***1.1.3 Засоби звукопоглинання***

Даний засіб зниження шуму застосовується в приміщеннях, що дозволяє знизити шум в розрахункових точках як від джерел, що знаходяться зовні приміщенні так і в середині. Даний спосіб полягає в зменшенні звукової енергії що відбивається від стін і надходить в розрахункову точку. Теоретично можлива ефективність даного засобу становить 11 дБ, однак на практиці реальна ефективність становить 4-6 дБ

### ***1.1.4 Засіб екранування***

Даний засіб можна поділити на дві частини: 1) екранування джерел звуку в приміщеннях, й тоді такі екрани називають *акустичними* екранами, 2) та екранування джерел звуку на території – *шумозахисні* екрани.

Ефективність застосування акустичних екранів залежить як від геометричних розмірів екрану так і від акустичного оздоблення приміщення. На практиці рідко коли вдається досягнути ефективності більшої ніж 10 дБ. В той же час застосування шумозахисних екранів є досить ефективним способом зниження шуму від зовнішніх джерел шуму. За допомогою шумозахисних екранів вдається знизити рівні звукового тиску на величину 20 й більше дБ. Однак ефективність таких екранів залежить від великої кількості факторів та, як буде показано далі, не існує єдиного способу розрахунку ефективності цього виду зниження шуму.



### ***1.1.5 Засіб звуко-віброізоляції***

Звуковіброізоляція в будівельній акустиці застосовується для зниження ударного чи структурного шуму, й полягає в розміщенні віброізолювальних матеріалів в конструкції підлог, чи застосуванню віброізоляційних кріплень.

Устаткування та механізми, що розташовані в межах будинків, при своїй роботі неодмінно створюють вібрації, які передаючись на конструкції будинку через елементи кріплення призводять до поширення звукових коливань в цих конструкціях. В подальшому такі коливання конструкцій будинку призводять до вторинного випромінювання звуку в приміщення.

Для того щоб уникнути такого негативного розповсюдження звуку застосовують різновиди віброізоляторів, серед яких найбільшого розповсюдження знайшли:

- пружинні (з нижньою робочою частотою 5-7 Гц);
- віброізолятори з полімерних матеріалів (з нижньою робочою частотою 12-15 Гц);
- плаваючі підлоги – для зниження побутового ударного шуму.

### ***1.1.6 Засіб демпфування***

Даний засіб зниження шуму знайшов своє застосування в конструкціях вентиляційного устаткування, ліфтів та в автомобілебудуванні. Полягає в нанесенні та металеві листи в'язкого полімерного матеріалу з високим коефіцієнтом втрат. Внаслідок такого нанесення енергія коливань металевої пластини швидко перетворюється в енергію в'язкого тертя. Шляхом чого різко зменшується випромінювання звуку металевою поверхнею.

### ***1.1.7 Глушники шуму***

Глушники шуму застосовуються в ситуації розповсюдження шуму по трубах та повітропроводах. Зазвичай повітропроводи виконуються з металу і характеризуються досить малим коефіцієнтом звукопоглинання внаслідок чого навіть багаторазове відбиття звуку від стінок не призводить до суттєвого зниження рівнів звукового тиску і таким чином шум поширюється на великі відстані. Для

збільшення втрат в повітропроводи встановлюють глушники шуму серед яких вирізняють активні та реактивні й шляхом високих втрат звукової енергії в них шум різко зростає. Ефективність таких глушників суттєво залежить від геометричних розмірів глушника та частоти звуку та орієнтовно може сягати величин до 20 дБ для глушника шуму довжиною 1 м.

З огляду на вище сказане для зниження шуму та території від рухомих джерел шуму, таких як транспортні потоки, можна застосовувати лише архітектурно-будівельні засоби та шумозахисні екрани. Однак, якщо йде мова про вже наявний житловий фонд на території, то єдиним засобом зниження шуму, що має значну ефективність, є встановлення шумозахисних екранів. Розглянемо більш детально методи розрахунку ефективності шумозахисних екранів.

## **1.2 Аналітичні методи розрахунку ефективності екранів**

Дослідження характеристик шумозахисних екранів зазвичай проводиться з використанням або повного методу масштабного тестування, або моделювання. Є два типи методів моделювання для дослідження характеристик екранів: це фізичне масштабне моделювання й чисельне моделювання. Перший забезпечує простий інструмент для лабораторних випробувань, а другий є зручний метод для досліджень. Остаточний тест на ефективність шумозахисного екрану це вимірювання в натурних умовах, де можна оцінити реальну ефективність екрану на місцевості.

Дифракція звуку над, навколо і через екран надає фундаментальний вплив на його ефективність. Протягом багатьох років роботи, Зоммерфельдом були розроблені строгі математичні розв'язання цієї проблеми [26], представивши точне рішення для дифракції плоскої хвилі напів нескінченного плоского екрану. Макдональд [27] для дифракції циліндричної хвилі. Проте, для цілей створення шумозахисного екрану, приблизні методи, як правило, краще. Ранні дослідження досліджували дифракцію через край екрана, де наземні ефекти були явно враховані, а атмосферні впливи були проігноровані. Redfearn [28] і Fehr [29] надали графіки для прогнозування ефективності екрану. Маскава [30,31] запропонував схему

проектування на основі експериментальних даних для розрахунку екрануючого ефекту екрану. Ця діаграма відноситься до числа Френеля,  $N$ , до загасання в вільному просторі. Ефект впливу ґрунту враховується емпірично застосовуючи корекцію 2 дБ. Ряд технічних формул з того часу розроблені для подання цієї діаграми [32-34]. Курзе і Андерсон [35] досліджували різницю між результатами для точкового джерела і лінійного джерела.

Було виявлено, що надмірне загасання узгоджується з експериментальними результатами Maekawa [31] і Раті [36]. Fujiwara та інші запропонували спрощені методи оцінки ефективності екранів шляхом збільшення товщини тіла екрана [37] та використання поглинального екрана [38]. Різні методи дифракції мають місце для дослідження дифракції на клині [39-41].

Комбіновані екрані та наземні впливи моделюються з урахуванням шляху відбитих від землі променів. Ізей та співавт. [42] порівняв п'ять різних дифракційні теорії, які відрізнялися у своєму підході до теорії дифракції та модель, яку вони використовували, для врахування відбиття від землі. Додаткові аналітичні методи розрахунку вносяться втрати екранів кінцевої довжини на землі були вивчені далі [43-48].

Muradali та Fyfe [49] порівняли вдосконалені методи на основі дифракції з чисельними хвильовими методи граничних елементів (МГЕ) і показали, що вони добре узгоджуються. Ще одне порівняння променевої моделі й чисельних методів на основі Фур'є МГЕ була зроблена Salomons та іншими. [50], які досліджували ситуацію з шумом руху з декількома дифракціями та відбиттями.

Моделювання шумозахисних екранів, в роботі Seznec [51] було показано, що ця модель може бути застосована до будь-якої системи з довільною формою і граничними умовами, але на практиці, час обчислень буде обмежувальним фактором. МГЕ підходить для зовнішньої задачі, і тільки межа моделі повинна бути дискретизованою, на відміну від дискретизації всього тіла, як в методах кінцевих елементів (МКЕ). Цей метод використовується для систематичного порівняння впливу різних форм екрана, орієнтації та поглинаючих властивостей, а також провести дослідження відносних показників різних видів екранів [52-54].

Геометричні методи дифракції мають свої обмеження в тому, що вони специфічні для певних типів екрану, і вони не можуть впоратися з дифракцією навколо нової форми екрану. Чисельні хвильові методи, зокрема методи граничних елементів, з іншого боку, мають можливість моделювати будь-який екран складної форми. Всі ці дослідження враховували вплив атмосфери на характеристики екрану.

Можливо, що хвиля може перетнути екран, та досягти приймача, який не має прямого бачення джерела (пройти крізь тіло екрана).

Аттенборо і співавтори [55] представили порівняння діапазону променів і хвиль на основі моделі для зовнішнього поширення звуку по рівній поверхні. Це велике дослідження включає ефекти впливу як землі, так і атмосфери під час відсутності тіні від екранів й показали, що складні хвильові методи узгоджуються з аналітичними рішеннями. Взаємодія екранів з атмосферою було предметом дослідження з використанням ряду чисельних моделей, таких як параболічні рівняння [56,57], метод уявних джерел [58,59] й моделі розсіювання [60].

Саломон розробив напіваналітичну модель промененового поширення звуку в атмосфері при відсутності екрану [61]. Цей метод не страждає від проблеми великого часу обчислень на високих частотах, що є недоліком інших методів. Мурадалі і Файф [62] запропонували покращену модель шумозахисного екрану на основі дифракції в поєднанні з евристичною атмосферною моделлю. Порівняння даної моделі з методом параболічного рівняння показав гарну згоду.

Променеві і хвильові аналітичні методи були успішно використані для моделювання шумозахисних екранів з урахуванням атмосферних умов й відбиття від землі. Хоча теоретичне врахування атмосферних явищ покращилося за ці роки, немає, до сих пір, комплексного підходу, який може враховувати всі впливи, в простій формі. Моделі на основі променів обмежені простими формами екранів та їх точність залежить від рівня деталізації, яку вони розглядають. На основі числового метода хвилі здатні моделювати складні геометрії екранів в нерухомому, однорідному просторі, але чутливі до більш складної геометрії екрану.

### 1.2.1 Метод Зоммерфельда – Макдональда

Перший точний розв'язок задачі дифракції для окремого випадку плоскої хвилі на напівнескінченному тонкому жорсткому шумозахисному екрані було дано А. Зоммерфельдом в 1896 р. стосовно електромагнітних хвиль [29] та розповсюджено згодом Макдональдом на звукові сферичні хвилі. Згідно з цим рішенням зниження звуку напівнескінченних шумозахисних екранів виражається формулою:

$$\Delta L = -20 \lg \left| \frac{\Phi_1(\theta_0)}{V_0} \right| - 20 \lg \left| 1 + \frac{\Phi_2(-\theta_0)}{\Phi_2(\theta_0)} \right|; \quad (1.3)$$

де

$$\Phi_1(\theta_0) = ik \int_{-iR}^{\infty} \frac{H_1^{(1)}(\tau^2 + kR)}{\sqrt{\tau^2 + 2kR}} d\tau;$$

$$\Phi_2(-\theta_0) = ik \int_{-iR}^{\infty} \frac{H_1^{(1)}(\tau^2 + kR')}{\sqrt{\tau^2 + 2kR'}} d\tau;$$

$$kR = +\alpha = \sqrt{k(L-R)} \quad \text{при} \quad \cos \frac{\theta - \theta_0}{2} > 0;$$

$$kR' = +b = \sqrt{k(L-R')} \quad \text{при} \quad \cos \frac{\theta + \theta_0}{2} > 0;$$

і  $\tau R = -\alpha$  - в інших випадках; і  $\tau R' = -b$  - в інших випадках;

$$R = \sqrt{r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2} = 2rr_0 \cos(\theta - \theta_0);$$

$$R = \sqrt{r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2} = 2rr_0 \cos(\theta - \theta_0);$$

$$L = \sqrt{(r + r_0)^2 + (z - z_0)^2};$$

$H_1, H_2$  - Функція Ханкеля першого роду;  $r_0, \theta_0, z_0$  - циліндричні координати точкового джерела;  $r, \theta, z$  - циліндричні координати розрахункової точки. Тут  $\Phi_1(\theta_0)$  і  $\Phi_2(-\theta_0)$  являють собою звукові хвилі від реального і уявного джерела звуку (при врахуванні відбиття звуку від поверхні землі). З величин  $\Phi_1(\theta_0)$  і  $\Phi_2(-\theta_0)$  можна виділити складову дифрагованого звуку  $\Phi_\alpha(\theta_0)$ . Для  $kL \gg 1$  було отримано наступний наближений вираз:

$$\Phi_0(\theta_0) = \pm i \sqrt{\frac{2}{\pi L(L+R)}} \exp(ikR + i\frac{\pi}{4}) \cdot \int_{\tau R}^{\infty} \exp(\tau^2 i) d\tau \quad (1.4)$$

де знак «+» приймають при  $\cos \frac{\theta - \theta_0}{2} > 0$ , а знак «-» при  $\cos \frac{\theta - \theta_0}{2} < 0$ ;

Недоліком цього методу є те, що він відповідає точковому джерелу шуму, а транспортний потік являє собою лінійне джерело шуму, крім того, шумозахисний екран приймається напівнескінченним, що не відповідає дійсності.

Наближення Кавай

На практиці зручніше застосовувати наближений розв'язок рівняння (1.3), отриманий Т.Кawai [44]:

- при  $|N| \geq 0,25$

$$\Phi_\alpha(\theta_0) \approx \pm \sqrt{\frac{2}{L(L+R)} \exp \left[ i(kL - \pi + \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{|N|}{|N|+0,45}}) \right]} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{|N|}} \cdot \left[ 1 - \frac{0,08}{(|N|+0,39)^2} \right]; \quad (1.5)$$

- при  $|N| < 0,25$

$$\Phi_\alpha(\theta_0) \approx \pm \sqrt{\frac{2}{L(L+R)} \exp \left[ i(kL - \pi + \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{|N|}{|N|+0,45}}) \right]} \cdot \frac{1}{2\pi\sqrt{|N|}} \cdot \left[ 1 - \frac{0,5|N|}{1,4\sqrt{|N|}+1,35} \right], \quad (1.6)$$

де  $N$  - число Френеля.

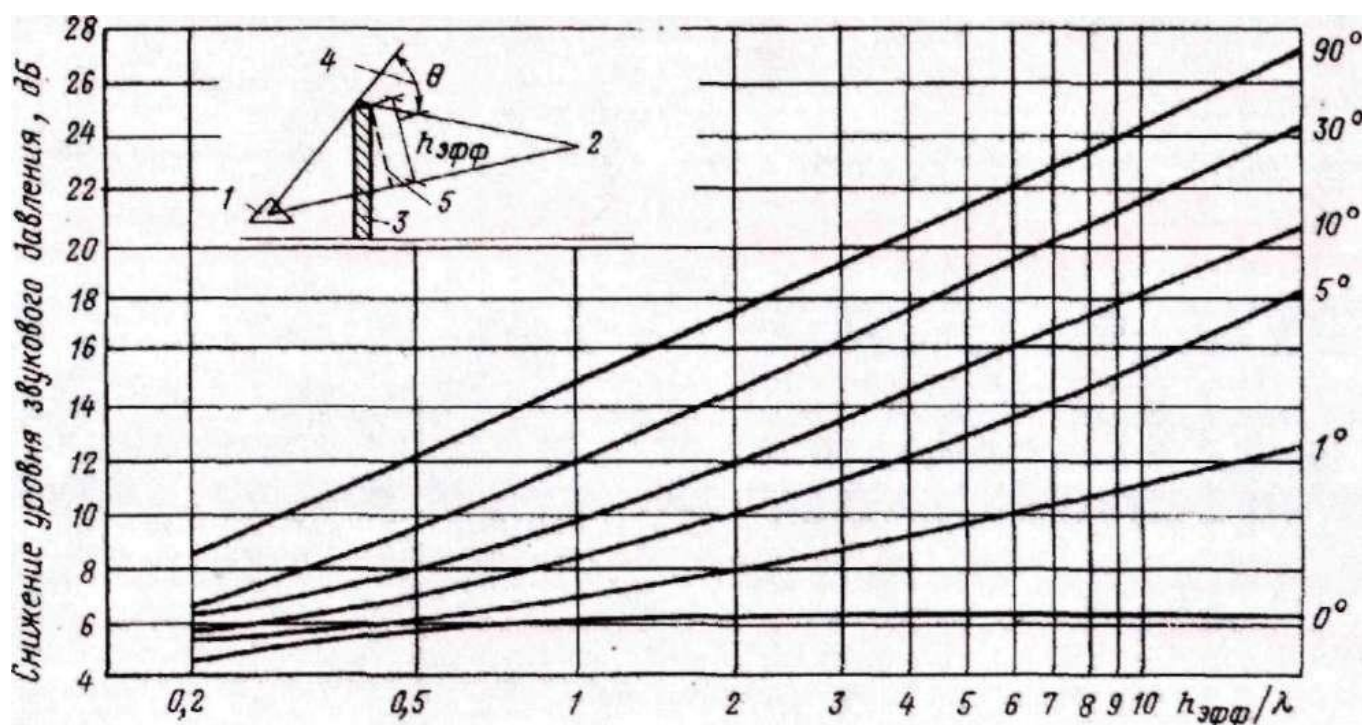
В формулах (1.5) та (1.6) «+» вибирають при  $\cos \frac{\theta - \theta_0}{2} < 0$ ; «-» при  $\cos \frac{\theta - \theta_0}{2} > 0$ .

Точність цих формул майже рівна з точністю формули (1.4), але обчислення інтегралу було замінено більш простими розрахунками. Недоліками цього методу ті ж самі, що у метода Зоммерфельда – Макдональда.

### 1.2.2 Метод Редферна

У 40 -х роках ХХ сторіччя С. Редферн запропонував метод розрахунку акустичної ефективності шумозахисних екранів, встановленого в умовах вільного простору, на підставі класичної теорії дифракції для плоскої хвилі [28].

Графіки Редферна (рис. 1.1) дозволяють визначити зменшення звукового тиску, що досягається в зоні акустичної тіні жорсткого екрана як функцію відношення ефективної висоти екрана  $h_{\text{эф}}$  до довжини звукової хвилі. Враховуючи, що вказані параметри легко визначаються з схематичного зображення шумозахисного екрана, графіки Редферна можуть бути застосовані для практичного проектування шумозахисних екранів. Однак, порівнюючи графіки Редферна з точним рішенням Зоммерфельда, залежних від п'яти параметрів, стає очевидно, що прийняті спрощення несуть можливість появи значних помилок. Крім того, як довів У. Курц [35], метод Редферна можна використовувати для розрахунку ефективності шумозахисних екранів, встановлених у вільному просторі, тільки для точок спостереження, що знаходяться на значній відстані від шумозахисного екрана. Недоліком методу Редферна є його невідповідність для великих кутів дифракції.



1 – джерело шуму; 2 – точка спостереження; 3 – екран; 4 – кут в акустичній тіні;  
5 – ефективна висота екрану.

**Рисунок 1.1** – Додаткове зниження рівня звукового тиску.

### 1.2.3 Метод інтегральних виразів

Були і спроби вирішення дифракційної задачі за допомогою інтегральних виразів (інтегральна формула для звукових полів навколо тривимірних об'єктів [63]).

Наближена теорія Френеля - Кірхгофа є окремим випадком інтегральної формули Гельмгольца - Кірхгофа для об'єктів простої форми.

У загальному випадку для тривимірних об'єктів амплітуда звукової хвилі в розрахунковій точці становить:

$$4\pi u_p = 4\pi \cdot \frac{\exp(ikr)}{r} + \iint_S \left\{ u \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\exp(ikr)}{S} \right) - \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\exp(iks)}{S} \right) \right\} ds, \quad (1.7)$$

де  $r$  - відстань від джерела шуму до розрахункової точки;

$S$  - площа замкнутої поверхні ( в даному випадку шумозахисного екрану );

$k = \omega / c$  - хвильове число;

$\omega$  - кутова частота;

$c$  - швидкість звуку в повітрі.

Якщо  $u$  і  $\frac{\partial u}{\partial n}$  відомі, то можна обчислити інтеграл в (1.7) і отримати

характеристику звукового поля в розрахунковій точці. Метод інтегральних виразів дозволяє замінити тривимірні диференціальні рівняння двомірним інтегралом по поверхні і дещо спростити розрахунки. Крім того, при розрахунку дифракції на шумозахисних екранах неправильної форми метод диференціальних рівнянь непридатний і можна використовувати лише метод інтегральних виразів. Було встановлено [23], що при застосуванні методу інтегральних виразів треба розбивати поверхню шумозахисного екрана на ділянки розміром не більше 1/5 довжини звукової хвилі.

Даний метод годиться тільки для розрахунку екранів, розміри яких порівнянні з довжиною звукової хвилі є малі. При великих розмірах застосування методу ускладнено через обмежених можливостей обчислювальної техніки. Крім того, метод відноситься до точкових джерел шуму.



### 1.2.4 Метод Реттінгера

Реттінгер [64], запропонував для розрахунку акустичної ефективності акустичного екрану наступну формулу:

$$\Delta L = 10 \lg \left[ (0,5 - x)^2 + (0,5 - y)^2 \right] - 3, \quad (1.8)$$

де  $x$  - та  $y$  - функції, які визначаються за таблицями інтегралів Френеля залежно від величини  $\omega$ :

$$\omega = \frac{1,41 \cdot h}{\sqrt{\lambda}} \cdot \sqrt{\frac{a+b}{ab}},$$

де  $h$  - різниця висот шумозахисного екрану і акустичного центру джерела шуму;

$a$  - відстань по горизонталі від акустичного центру джерела шуму до екрану;

$b$  - відстань від шумозахисного екрану до розрахункової точки;

$\lambda$  - довжина звукової хвилі.

В основу формули покладено припущення, що  $\lambda < a$  або  $\lambda < b$  ;  
 $(h_{p.m.} - h_{дж.ш.}) < (a + b)$ ,  $(h_{p.m.} - h_{дж.ш.}) < ba / (a + b)$ .

Якщо джерело шуму і розрахункова точка знаходяться на різній висоті від поверхні землі, то:

$$\omega = \left[ H_{екр.} + \frac{b(H_{екр.} - h)}{a} \right] \cdot \sqrt{\frac{2a \cos \alpha}{\lambda b} (a + b)},$$

де  $h_{екр.}$  - висота екрану;

$h_{p.m.}$  - висота розрахункової точки;

$\alpha$  - кут, під яким видно верх шумозахисного екрану з геометричного центру джерела шуму.

Якщо акустичний екран виконаний у вигляді виїмки з кромкою, то величина  $\omega$  визначається за формулою:

$$\omega = \left( \frac{hb}{a} - h_{p.m.} \right) \cdot \sqrt{\frac{2a \cos \alpha}{\lambda b(a + b)}}.$$

Метод Реттінгера досить трудоемкий, вимагає великої кількості обчислень, кропіткої графічної побудови профілів, що зображують джерело шуму, шумозахисний екран і розрахункову точку, і не дає акустичної ефективності шумозахисного екрану безпосередньо в дБА.

### 1.2.5 Метод Келлера

Дещо інший підхід до вирішення дифракційної задачі запропонував Дж. Келлер. Наближене рішення теорії дифракції, отримане Келлером [65], має наступний вигляд:

$$\Delta L = -20 \lg \frac{d}{4\pi \sin \beta} \sqrt{\frac{\lambda}{AB(A+B)} \cdot \left| \frac{2}{\cos(\theta_0 - \theta)} + \frac{2}{\cos(\theta_0 + \theta)} \right|}, \text{дБ} \quad (1.9)$$

Перетворивши вираз (1.9), з урахуванням таких підставок ( $\varphi = \theta_0 - \theta - \pi$ ;  $\frac{h}{\lambda} = \frac{rr_0}{\lambda d} \sin \varphi$ ), отримаємо :

$$\Delta L = \left\{ 10 \lg \left( 8\pi^2 \frac{h}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \right) - 10 \lg \left[ \frac{d^2}{d'(A+B)} \right] - 20 \lg \left[ 1 + \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \left[ \theta + \frac{\varphi}{2} \right]} \right] \right\}, \text{дБ} \quad (1.10)$$

де  $d'$  - проекція  $d$  на площину, перпендикулярну до площини шумозахисного екрану.

Перший член рівняння (1.10) з точністю до 1 дБ визначає величину загасання в межах. прямолінійних ділянок графіків Редферна. Другий член рівняння веде до крайових похибок при перпендикулярному куті падіння звукової хвилі. Третій член рівняння має малу величину для малих кутів дифракції, але може доходити до 6 дБ, і джерело шуму і приймач знаходяться поблизу екрану.

Метод не забезпечує достатньої точності розрахунків.

### 1.2.6 Метод Маєкави

Найбільший внесок у розвиток класичних методів розрахунку акустичних екранів вніс японський дослідник З. Маєкава [30,31,41]. Він застосував ідеї дифракційної теорії Френеля - Кірхгофа для шумозахисних екранів різної форми.

Враховуючи, що методи розрахунку дифракції прийшли в акустику з оптики і часто при перенесенні розроблених теорій оптики на завдання акустики доводилося приймати суперечливі з точки зору акустики допущення, Маєкава порівняв результати розрахунків теорії Кірхгофа з даними численних акустичних експериментів. На підставі аналізу експериментальних кривих і аналітичних даних З. Маєкава запропонував наступну досить просту формулу для розрахунку напівнескінчених шумозахисних екранів, розташованих у вільному просторі при ненаправленому точковому джерелі шуму:

$$\Delta L_{1/2} = 10 \lg(20N), \text{ дБ}, \quad (1.11)$$

З. Маєкава довів, що вираз (1.11) є першим членом асимптотичної формули, виведеної Келлером для напівнескінчених шумозахисних екранів. Для переходу до розрахунку акустичної ефективності екранів кінцевих розмірів З. Маєкава запропонував проінтегрувати всі складові звукової енергії від вільного простору як над шумозахисним екраном (напівпростір), так і з бокових сторін екрану.

Насправді транспортна магістраль є некогерентним лінійним джерелом шуму, паралельно якому розташований акустичний екран. Для вирішення цього завдання Маєкава використовував умовне уявлення лінійного джерела шуму у вигляді набору точкових джерел шуму. Звукова енергія, що випромінюється окремим точковим джерелом шуму, може бути розрахована за методами, які описані вище, а результуюча акустична ефективність шумозахисного екрану представлена виразом:

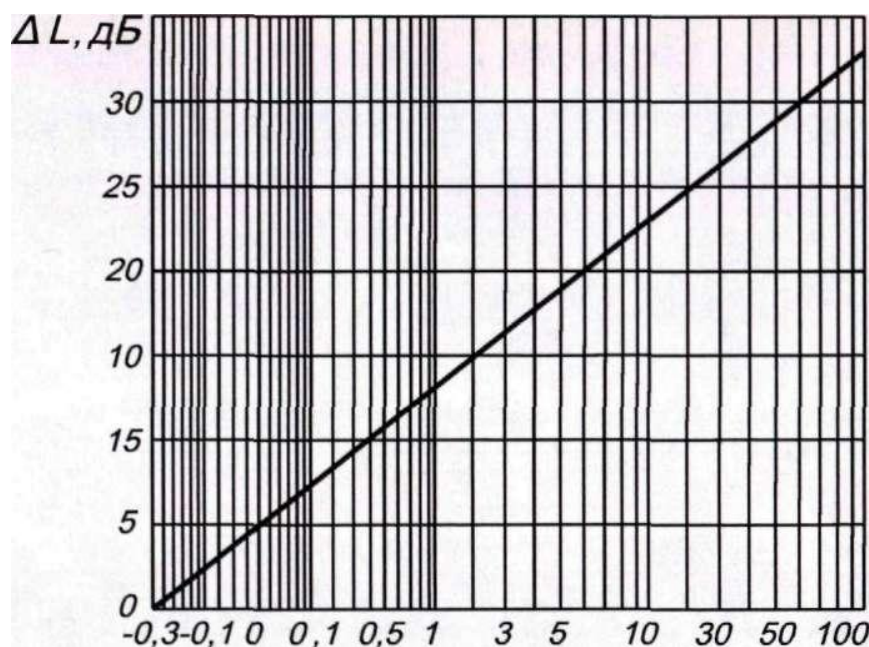
$$\Delta L = 10 \lg \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{d_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{d_i^2 \cdot 10^{0.1 \Delta L_i}}} \right\}, \quad (1.12)$$

де  $\Delta L_i$  - акустична ефективність акустичного екрану для кожного точкового джерела шуму;

$d$  - відстань від кожного точкового джерела шуму до розрахункової точки;

$k_i$  - фактор спрямованості кожного точкового джерела шуму.

Цей метод був перевірений багатьма експериментами на різних міських вулицях, в результаті чого було встановлено залежність величини акустичної ефективності шумозахисного екрану  $\Delta L$  від числа Френеля  $N$  (рис. 1.2). Вісь абсцис дана в логарифмічному масштабі.



**Рисунок 1.2** - Зниження шуму екрану як функція  $N$  (по Маєкаві ).

Зважаючи на простоту запропонованого З. Маєкавою методу розрахунку для різних умов, формули З. Маєкави знайшли найбільше поширення для розрахунку ефективності акустичних екранів, встановлених у вільному просторі (при невеликих кутах дифракції).

Графік Маєкави (рис. 1.2) дає результати на 3-6 дБА нижче, ніж за формулою (1.11). Водночас відзначимо, що цей метод широко застосовується для розрахунків акустичної ефективності шумозахисних екранів, але деякі дослідники відзначають розбіжність розрахункових даних з експериментальними. Можна вважати, що цей метод не вичерпав себе до кінця, хоча і потребує удосконалення.

До недоліків даного методу слід віднести можливість його застосування лише для точок вище рівня дороги, для ситуації коли джерело звуку знаходиться на мосту результати розрахунку ефективності екрану біля поверхні землі, нижче рівня дороги, є хибними.

### **1.3 Чисельні методи розрахунку шумозахисних екранів**

Враховуючи, що в останні десятиліття у зв'язку з різким збільшенням кількості транспортних засобів і відповідно із збільшеними рівнями транспортного шуму все більш широке застосування стали отримувати шумозахисні екрани, зріс інтерес до застосування чисельних методів для їх розрахунку. Цьому сприяв також бурхливий розвиток комп'ютерної техніки і методів програмування. Чисельні методи допомагають прогнозувати ефективність шумозахисних екранів залежно від різних параметрів. В останні роки найбільшого поширення набули такі чисельні методи розрахунку акустичної ефективності шумозахисних екранів як метод кінцевих елементів та метод граничних елементів.

#### ***1.3.1 Метод кінцевих елементів***

Метод кінцевих елементів вперше був застосований до проблем акустики в середині 60-х років, коли Gladwell і Zimmermann [66] розробили спільний енергетичний підхід структурної та акустичної теорії до вирішення диференціального рівняння Гельмгольца (коли хвильове рівняння було перетворено до виду гармонійної часової залежності) [67]. Можливість одночасного чисельного рішення структурної та акустичної задачі для аналізу конструкції дозволила використовувати метод кінцевих елементів для розрахунку проходження звуку через шумозахисний екран.

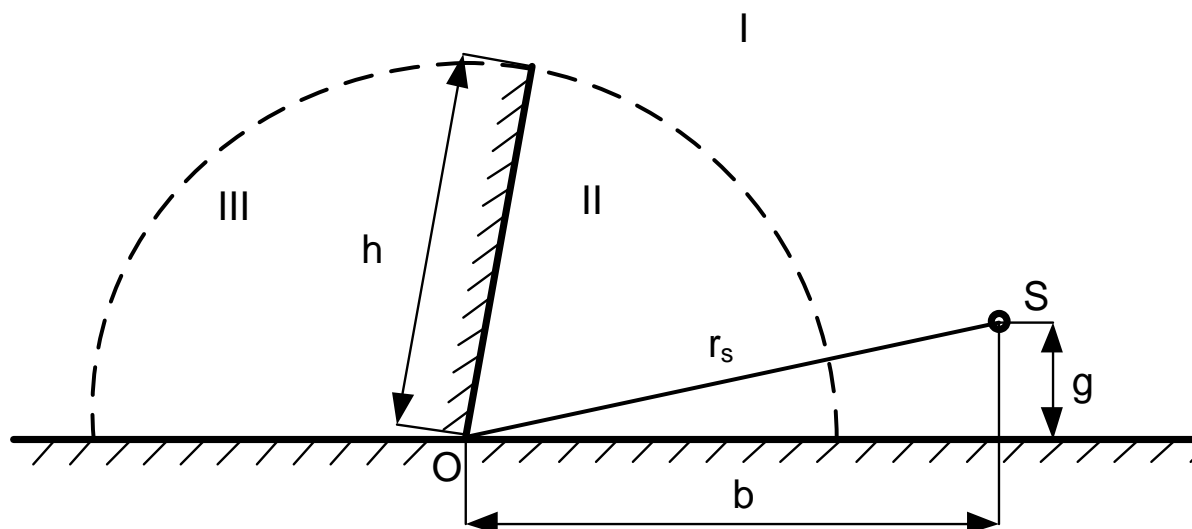
#### ***1.3.2 Метод граничних елементів***

Слід зазначити, що метод граничних елементів дозволяє розраховувати звукове поле навколо шумозахисного екрану будь-якої форми [68,69]. Будучи розв'язком інтегрального рівняння Кірхгофа - Гельмгольца, метод граничних елементів базується на інтегральному уявленні поверхні. Тобто основою розрахунку є дискретизація поверхні екрану, а не звукового поля навколо, що дуже зручно. Метод дозволяє знизити розмірність на один порядок, що є великою перевагою з точки зору обчислювальних можливостей. Однак розмір граничного елемента повинен бути менше  $1/6$  довжини хвилі (в залежності від точності до  $1/3$  довжини хвилі), тобто для досягнення точності методу кількість елементів для високих частот

різко збільшується. Таким чином, обмеження застосування методу граничних елементів залежить від розмірів звукового поля і частоти, а також обчислювальної потужності комп'ютера, що використовується. Основний недолік методу – він придатний тільки для розрахунків в області частот до 500 Гц. [70]

#### 1.4 Метод часткових областей

Останнім часом в нашій країні питанням визначення ефективності шумозахисних екранів займалися І. В. Вовк., В. Т. Грінченко, В. П. Заєць. Запропонований точний метод визначення ефективності шумозахисного екрану завдяки рішення рівняння Гельмгольца методом часткових областей [71]. Як видно з геометрії задачі (рис. 1.3.), що розглянуто в роботі [72], при визначенні ефективності шумозахисного екрана вважалося, що екран є акустично жорстким, а поверхня поза екраном є горизонтальною й звуковідбивною, враховувалась наявність звуковідбивної поверхні під джерелом звуку.



**Рисунок 1.3** - Візуалізація задачі зі знаходження ефективності екрана за допомогою метода часткових областей

Але цей метод також має певні недоліки: отримані величини ефективності екрана сягають 50 – 60 дБ, що є майже недосяжною величиною, тому що сильно відрізняються від реальних значень, що визначаються шляхом натурних вимірювань. Застосування таких характеристик для оцінки ефективності екрана не є вдалим.

Метод часткових областей є перспективним методом. Однак його застосування потребує подальшого удосконалення.

Поверхня землі за екраном моделювалась у вигляді акустично жорсткої поверхні, що призводить до хибних результатів. Як наслідок, з'являється інтерференційне поле між джерелом шуму та шумозахисним екраном, тому що утворюються зони з занадто високою ефективністю (приблизно 50 дБ), що не спостерігається під час натурних вимірювань, та що також в реальних умовах неможливо реалізувати.

В роботі [73] було подолано вище перелічені недоліки, розрахункова ефективність звукового поля знизилася й стала співрозмірною з реальною ефективністю екранів, однак до недоліків даної роботи слід віднести відсутність аналізу впливу швидкості руху джерела звуку на ефективність екрану, а також вплив звукоізоляції екрану. До цього часу застосування даного методу дозволяло знайти ефективність акустично жорсткого чи звукопоглинального екрану з нескінченною звукоізоляцією. Однак реальні екрани мають кінцеву звукоізоляцію і частина звукової енергії проходить через самий екран.

Геометричні дифракційні методи й методи граничних елементів здатні моделювати взаємодію ґрунту з екраном. Перевага методу граничних елементів над геометричними методами дифракції в тому, що він може обробляти складні геометрії. Однак жодна з цих моделей не враховує вплив атмосфери. Отже вирази, які використовуються для додаткових витрат, можуть розглядатися як «теоретичне значення» надання корисних вказівок на «відносну» продуктивність

## **1.5 Нормативні документи**

Дана робота була виконана в тісному зв'язку з нормативними документами, що діють в Україні. Всі терміни, що використовуються в даній роботі і які мають визначення в нижче наведених нормативних документах, мають теж саме тлумачення.

### ***1.5.1 Чинні нормативні документи в Україні***

Нижче наведено перелік нормативних документів та основні тези які було використано в даній роботі.

ДБН В.1.1-31:2013 Захист територій, будинків і споруд від шуму [74]. Даний нормативний документ встановлює допустимі рівні шуму в житловій забудові та в приміщеннях житлових та громадських будинків. Серед іншого в таблиці 1 цього документу наведено вимоги щодо допустимих рівнів звуку  $L_A$  в дБА та октавних рівнів звукового тиску  $L_i$ , дБ. Також в даному документі напряду вказано, що в умовах сформованої житлової забудови для захисту території від транспортного шуму найбільш ефективним є застосування саме шумозахисних екранів.

ДСТУ-Н Б В.1.1-33:2013 Настанова з розрахунку та проектування захисту від шуму сельбищних територій [75]. Даний стандарт розроблений в розвиток ДБН [74] та серед іншого в ньому наведений метод розрахунку ефективності шумозахисних екранів. Аналізуючи наведену методику мушу визнати що вона базується на роботах [76] які є вже застарілими та не відповідають сучасним уявленням. Зокрема дана методика жодним чином не враховує кінцеву довжину шумозахисного екрану, його геометрію, кут нахилу та власну звукоізоляцію. Крім того в цьому нормативному документі вказано методику визначення шумової характеристики транспортного потоку та методику розрахунку шуму на місцевості. Нажаль дані методики є також вже мало актуальними оскільки проводяться лише для розрахунків рівнів звуку в дБА і не враховують спектральні складові шуму.

ДСТУ-Н Б В.1.1-34:2013 Настанова з розрахунку та проектування звукоізоляції огорожувальних конструкцій житлових і громадських будинків [25]. В цьому нормативному документі наведено методики розрахунку звукоізоляції різних конструкцій зокрема і конструкцій типу «санвіч». Крім того в даний нормативний документ встановлює методику розрахунку результуючої звукоізоляції конструкції, що має в собі два або більше конструктивних елемента.

ГОСТ 20444-2014 Шум. Транспортні потоки. Методи визначення шумової характеристики [77]. Даний нормативний документ визначає відстань і висоту на



якій проводяться вимірювання шумової характеристики транспортного потоку що є вихідною величиною для подальших розрахунків рівнів звуку на території і оцінці виконання допустимих норм.

ГБН В.2.3-37641918-556:2015 - Автомобільні дороги. Споруди шумозахисні. Вимоги до проектування [78]. У п.4.4.написано «При проектуванні ШЗЕ має бути розроблений їх акустичний проект відповідно до розділу 11 ДБН В.1.1-31, за яким визначають їх необхідні геометричні і акустичні параметри», тобто з точки зору акустичного розрахунку нічого нового цей норматив не дає. Головним чином він висвітлює будівельні норми по монтажу шумозахисних екранів.

ДСТУ ГОСТ 31295 – 2005 (ІСО 9613:1996) Шум. Затухання звука під час розповсюдженні на місцевості [79]. Даний нормативний документ є модифікованим по відношенню до європейського стандарту та серед іншого вказує яким чином враховувати погодні умови під час розповсюдження звуку та визначає ефективність шумозахисного екрану. Для тонких екранів та на відстанях до 100 м дана формула має вид:

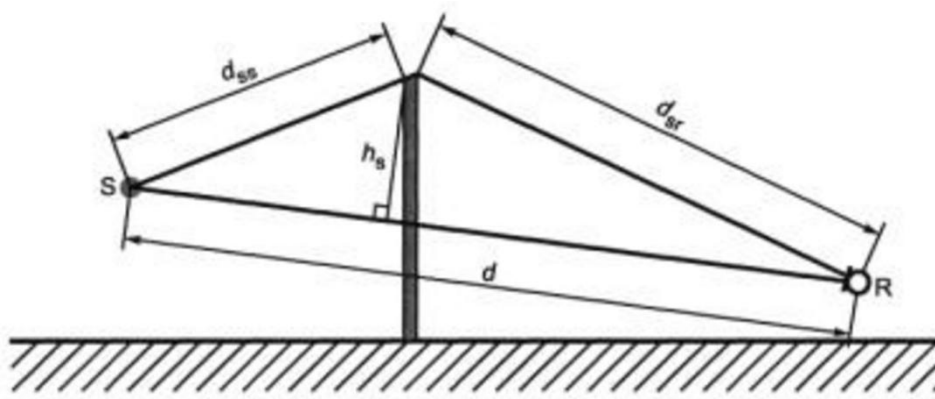
$$\Delta L = 10 \lg(3 + 10N) \quad (1.13)$$

де  $N$  - число Френеля.

$$N = \frac{2}{\lambda} (d_{ss} + d_{sr} - d) \quad (1.14)$$

де  $\lambda$  - довжина хвилі, м.

$d_{ss}, d_{sr}, d$  - відстані, м, що визначаються відповідно до рис.1.



**Рисунок 1.4** – Геометричні величини для визначення ефективності шумозахисного екрана

Однак даний метод розрахунку жодним чином не враховує звукоізоляцію екрана і в нормативному документі не наведено вимоги щодо достатньої звукоізоляції екрана чи будь-яких інших конструктивних характеристик екранів яким вони повинні відповідати.

На сьогоднішній день це всі нормативні документи в галузі захисту від шуму і зокрема транспортного, що діють на території України. Їх аналіз показав що незважаючи на сучасність даних стандартів (дата прийняття 2005 – 2015 р.р.), методики розрахунку шуму транспортних потоків так і ефективності застосування шумозахисних екранів й для їх зниження є застарілими та не відповідають сучасним вимогам.

### ***1.5.2 Європейські стандарти щодо шумозахисних екранів***

Загальноевропейськими стандартами по шумозахисним екранам є цикл нормативів EN 1793 [80-85] та EN 16272 [86-91].

Серія EN 1793 присвячена використанню шумозахисних екранів для зниження рівнів шуму автомобільного транспорту.

В EN 1793-1 [80] введена формула з розрахунку звукопоглинання у децибелах. Та виведена класифікація екранів по цьому параметру. В нашій країні цей метод поки що не знайшов застосування.

$$DL_{\alpha} = -10 \lg \left| 1 - \frac{\sum_{i=1}^{18} \alpha \cdot 10^{0.1L_i}}{\sum_{i=1}^{18} 10^{0.1L_i}} \right| \quad (1.15)$$

де  $DL_{\alpha}$  - одно числове значення звукопоглинання, що визначається за різницею рівнів звукового тиску коригованого за кривою «А», дБ;

$\alpha$  - коефіцієнт звукопоглинання в третиннооктавній смузі частот;

$L_i$  - кориговані за кривою «А», рівні звукового тиску транспортного шуму в  $i$ -ій третиннооктаній смузі частот відповідно до EN 1793-3[82], дБ;

В таблиці 1.1 наведені категорій звукопоглинання шумозахисних екранів

**Таблиця 1.1.** Класифікація шумозахисних екранів за звукопоглинанням

Категорія звукопоглинання	$DL_{\alpha}$ , дБ
A0	Не визначено
A1	$DL_{\alpha} < 4$
A2	$4 \leq DL_{\alpha} < 7$
A3	$7 \leq DL_{\alpha} < 11$
A4	$11 \leq DL_{\alpha} < 15$
A5	$DL_{\alpha} \geq 15$

Аналогічним чином в нормативному документі EN 1793-2 [81] приведена формула для розрахунку власної звукоізоляції екрану

$$DL_R = -10 \lg \left| \frac{\sum_{i=1}^{18} 10^{0,1(L_i - R_i)}}{\sum_{i=1}^{18} 10^{0,1L_i}} \right|, \quad (1.16)$$

де  $DL_R$  - одно числове значення звукоізоляції, що визначається за різницею рівнів звукового тиску коригованих за кривою «А», дБ;

$R_i$  - ізоляція повітряного шуму в третиннооктавній смузі частот, дБ;

$L_i$  - те ж саме що у формулі (1.15).

Та наведена класифікація екранів згідно цього параметру

**Таблиця 1.2.** Класифікація шумозахисних екранів за звукоізоляцією

Категорія звукопоглинання	$DL_R$ , дБ
B0	Не визначено
B1	$DL_R < 15$
B2	$15 \leq DL_R < 24$
B3	$24 \leq DL_R < 34$
B4	$DL_R \geq 34$

Ця класифікація не поширена на території нашої країни.

В EN 1793-3 [82], наведено нормалізований спектр транспортного шуму. Ним встановлено що розрахунок спектра шуму ведеться в третьоктавних полосах частот, введені корегування для різних частот. І в цілому даний нормативний документ погоджується з чиним в Україні.

**Таблиця 1.3.** Нормалізований спектр транспортного шуму

Частота, Гц	$L_i$ , дБ	Частота, Гц	$L_i$ , дБ
100	-20	800	-9
125	-20	1000	-8
160	-18	1250	-9
200	-16	1600	-10
250	-15	2000	-11
315	-14	2500	-13
400	-13	3150	-15
500	-12	4000	-16
630	-11	5000	-18

Крім того в нормативному документі EN 1793-4 [83] наведено процедури вимірювання дифракції звуку в натурних умовах .

Нормативні документи EN 1793-5 [84] та EN 1793-6 [85] присвячені визначенню процедури вимірювання звукоізоляції та звукопоглинання шумозахисних екранів в натурних умовах, тобто вже після побудови. За допомогою описаних методів можна проводити контроль якості виконання будівельних робіт та наданих конструктивних рішень.

Серія стандартів EN 16272 має аналогічні вимоги та методи оцінки але при застосуванні шумозахисних екранів на залізниці.

Огляд європейських стандартів показує що є потрібним вимірювання звукоізоляції екранів. І те, що в нас немає таких чітких нормативів по вимірюванню ефективності екрана, спричиняє велику кількість кривотолків, та псевдо вимірювань.

## 1.6 Висновки до першого розділу

Аналітичний огляд літератури показав:

- аналітичні методи розрахунку ефективності екрана, що існують в світі не дають відповіді на питання розрахунку ефективності екрана з отвором;
- недоліки розглянутих методів розрахунку наведені в табл. 1.4

**Таблиця 1.4.** Недоліки методів розрахунку

Метод	Недолік
Зоммерфельда – Макдональда	Застосовується лише для точкового джерела звуку у вільному полі
Редферна	Невідповідність результатів для великих кутів дефракції
Інтегральних виразів	Застосовується лише для розрахунку ефективності екранів, розміри яких в порівнянні з довжиною звукової хвилі є малі.
Реттінгера	Трудомісткий, вимагає великої кількості обчислень, кропіткої графічної побудови профілів, що зображують джерело шуму, шумозахисний екран і розрахункову точку.
Келлера	Метод не забезпечує достатньої точності розрахунків
Маєкава	Можливість його застосування лише для точок вище рівня дороги. Базується на експериментальних даних
Метод кінцевих елементів	Чисельний метод із невідомою наперед точністю
Метод граничних елементів	Числовий метод з можливістю розрахунку до 500 Гц.

Крім того загальним недоліком даних методів є не врахування впливу звукоізоляції екрану на його ефективність.

- також в розглянутих методах не наведена методика оцінки впливу швидкості руху джерела шуму;

- чинні в Україні нормативні документи незважаючи на їх сучасне видання в собі мають застаріли методики розрахунку ефективності шумозахисних екранів;

- нормативні документи Європи в значній мірі приділяють увагу питанню оцінки та вимірюванню звукоізоляції екранів, але при цьому жодним чином не вказано яким чином кінцева звукоізоляція екрана впливає на його ефективність;

- серед всіх методів найбільш перспективним є точний аналітичний метод часткових областей розроблений вітчизняними вченими за його допомогою і буде розглянуто питання знаходження ефективності шумозахисного екрана з отвором.

..

## 2 АСПЕКТИ ВПЛИВУ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ШУМОЗАХИСНИХ ЕКРАНІВ

В даному розділі розглянуто вплив швидкості джерела звуку на його звукоізоляцію та оцінений вплив власної звукоізоляції екрану ахисних огорожень.

### 2.1 Ефект Доплера, його вплив на ефективність

Транспортні потоки є одним з найбільш розповсюдженим джерелом шуму. Рухомі джерела шуму, це – потоки автомобільного та залізничного транспорту які оточують нас повсюди. Ці джерела шуму є причиною того, що понад 2/3 території де живуть та працюють люди, що розташовані біля транспортних магістралей, перебувають в зоні надмірної зашумленості. Як показує світова практика, найбільш дієвим засобом зменшення транспортного шуму є встановлення шумозахисних екранів – штучних споруд, які захищають територію за екраном від надмірного шуму, за рахунок створення зони акустичної тіні.

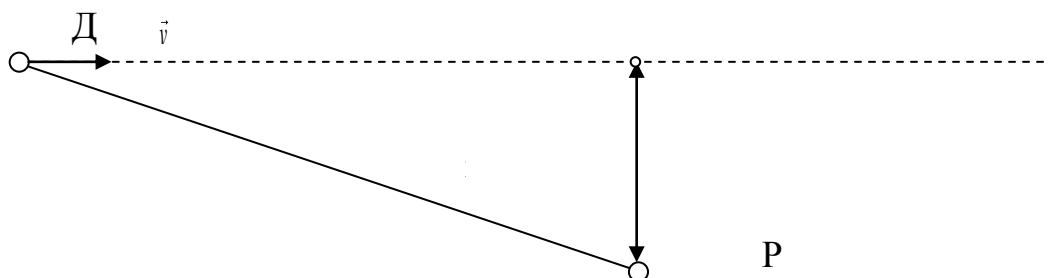
В роботах [92-94], які присвячені розрахунку ефективності шумозахисних екранів, розглядаються джерело шуму як сферичний, чи циліндричний нерухомий об'єкт. Однак найбільшого застосування шумозахисні екрани знайшли для зниження шуму уздовж магістралей, від рухомих об'єктів, таких як потяги та автівки.

В даному розділі показана математична модель для виявлення часової залежності звукового тиску при рівномірному русі джерела звуку [18]. Також розглянуто питання визначення частотних характеристик рухового джерела звуку. Це дасть змогу більш якісніше оцінювати шумове навантаження від транспортних потоків та прогнозувати ефективність шумозахисних екранів.

#### 2.1.1 Постановка задачі

Розглянемо задачу знаходження шуму на території житлової забудови, розташованої уздовж дороги по якій рухається автомобіль. Дана фізична та суто побутова задача може бути математично інтерпретована наступним чином: знайти часову залежність звукового тиску в розрахунковій точці, що знаходиться на відстані  $l$  від дороги, по якій рухається прямолінійно та рівномірно зі швидкістю  $v(t)$

точкове джерело звуку (рис. 2.1). Причому швидкість руху  $v(t)$  менша за швидкість звуку в середовищі  $c$ .



ДЗ – джерело звуку; РТ – розрахункова точка

**Рисунок 2.1** – Схема взаємного розташування джерела звуку та розрахункової точки

Математичне формулювання задачі наближене до дійсності, оскільки відстані на яких розташована житлова забудова, від дороги значно більші розмірів автомобіля і тому автомобіль можна вважати точковим джерелом звуку. Також швидкість з якою рухаються автомобілі, не перевищує 180 км/год або 50 м/с, що менше швидкості звуку в повітрі ( $c=340$  м/с) [18].

### 2.1.2 Розв'язання

Огляд літературних джерел [92, 94] показав, що аналітичного повного і точного розв'язку даної задачі й досі не існує. Тому розв'яжемо задачу в два етапи. Перший етап пов'язаний зі знаходженням закономірності зміни амплітуди звукового тиску від рухомого точкового джерела з урахуванням часу розповсюдження звуку від джерела до розрахункової точки (рис. 2.1). Другий етап пов'язаний за знаходженням закономірностей зміни частоти звуку від рухомого джерела.

Амплітуда звукового тиску

Як відомо [95], амплітуда звукового тиску точкового джерела обернено пропорційна до відстані, тому можемо виразити як:

$$p(t + \tau) = p_0 \cdot \frac{1}{r(t)} \quad (2.1)$$

де  $p_0$  – амплітуда звукового тиску на відстані 1 м;



$r(t)$  – відстань між розрахунковою точкою та джерелом звуку в момент часу  $(t)$ ;

$p(t + \tau)$  – амплітуда звукового тиску, як функція часу;

$\tau$  – час розповсюдження звуку від джерела до розрахункової точки;

$$\tau = \frac{r(t)}{c} \quad (2.2)$$

де  $c$  - швидкість розповсюдження звукових хвиль в середовищі.

За умови рівномірного руху джерела звуку зі швидкістю  $v$  можна записати:

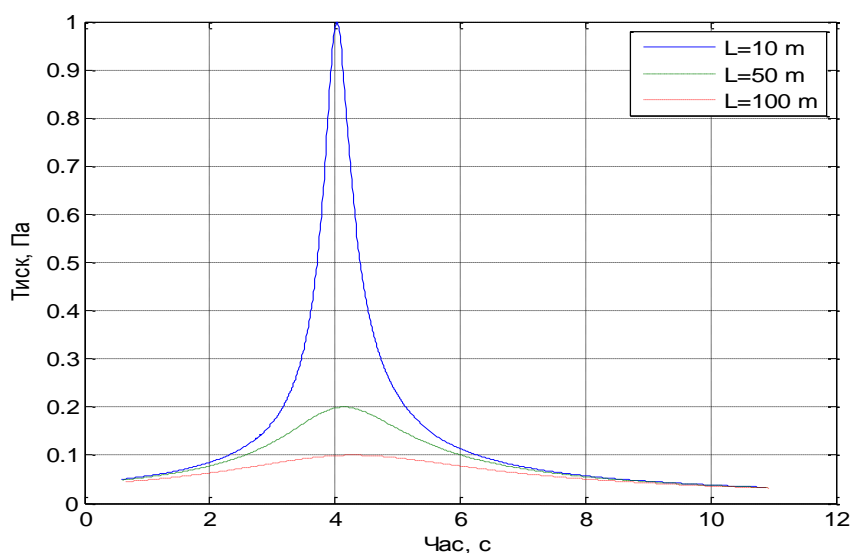
$$r(t) = \sqrt{[x(t)]^2 + l^2} = \sqrt{(x_0 + v \cdot t)^2 + l^2} \quad (2.3)$$

де  $x_0$  проекція відстані між джерелом звуку та розрахунковою точкою на напрямок руху в час  $t = 0$ ; деяка довільна величина.

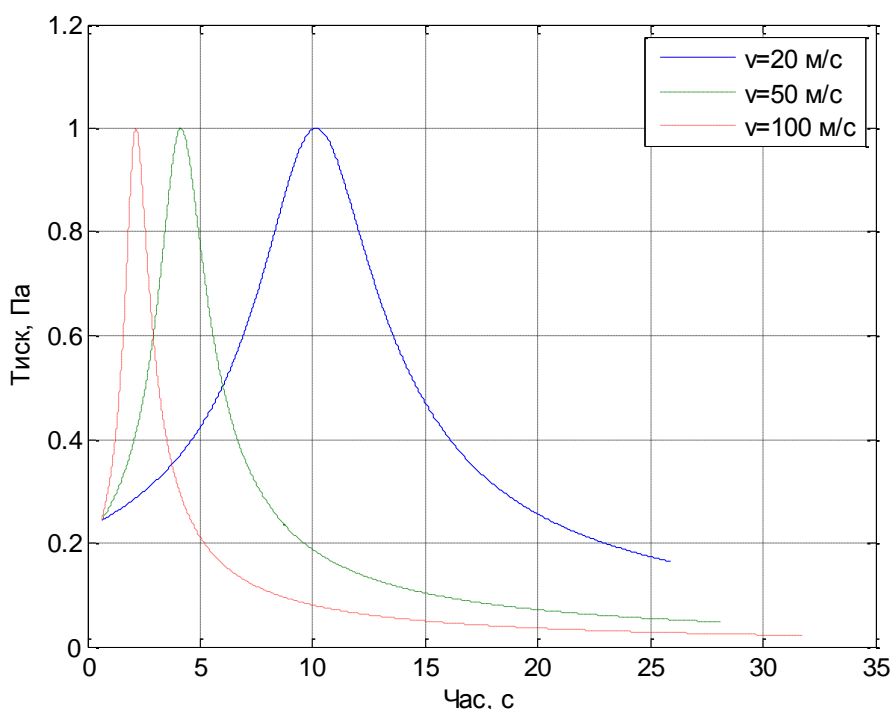
З рівнянь (2.1) – (2.3) отримуємо:

$$p \left( t + \frac{\sqrt{(x_0 + v \cdot t)^2 + l^2}}{c} \right) = p_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{(x_0 + v \cdot t)^2 + l^2}} \quad (2.4)$$

Використовуючи вираз (2.4), були проведені розрахунки амплітуди звукового тиску як функції часу. Результати розрахунків наведено на рисунках 2.2 та 2.3.



**Рисунок 2.2** – Зміна звукового тиску в розрахунковій точці від часу за різних відстаней ( $x_0 = 200\text{ м}$ ,  $v = 50\text{ м/с}$ )



**Рисунок 2.3** – Зміна звукового тиску в розрахунковій точці від часу за різних швидкостей  $v$  ( $x_0 = 200\text{м}$ ,  $l = 50\text{м}$ )

Врахування швидкості руху джерела не призвело до зміни амплітуди звукового тиску, тому шумову характеристику транспортного потоку можна розраховувати як для нерухомих джерел.

Ефективність шумозахисного екрану (в рамках лінійної моделі) взагалі не залежить від рівня звукового тиску, тому швидкість руху джерела звуку, в частині зміни амплітуди звукового тиску, жодним чином не вплине на ефективність шумозахисного екрану.

#### Частота звуку

Як відомо, якщо джерело звуку рухається відносно нерухомого приймача, то частота звуку змінюється. Цей ефект має назву ефект Допплера [96]:

$$f = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c} \cos \theta} \quad (2.5)$$

де  $\theta$  - кут між вектором швидкості джерела звуку та вектором швидкості розповсюдження звукових хвиль від джерела звуку до приймача;

$f_0$  - частота звуку нерухомого джерела.

Тоді звук, що випромінюється джерелом в напрямку приймача в деякий момент часу  $t$  надійде до приймача з деякою затримкою  $\tau$ , яка описується виразом (2.2). При цьому частота звуку, що надійшов визначається за формулою (2.5) в момент часу  $t$ . За рівномірного руху джерела звуку ( $v = \text{const}$ , рис. 2.1) можна представити:

$$f(t + \tau) = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c} \cos(\theta(t))} \quad (2.6)$$

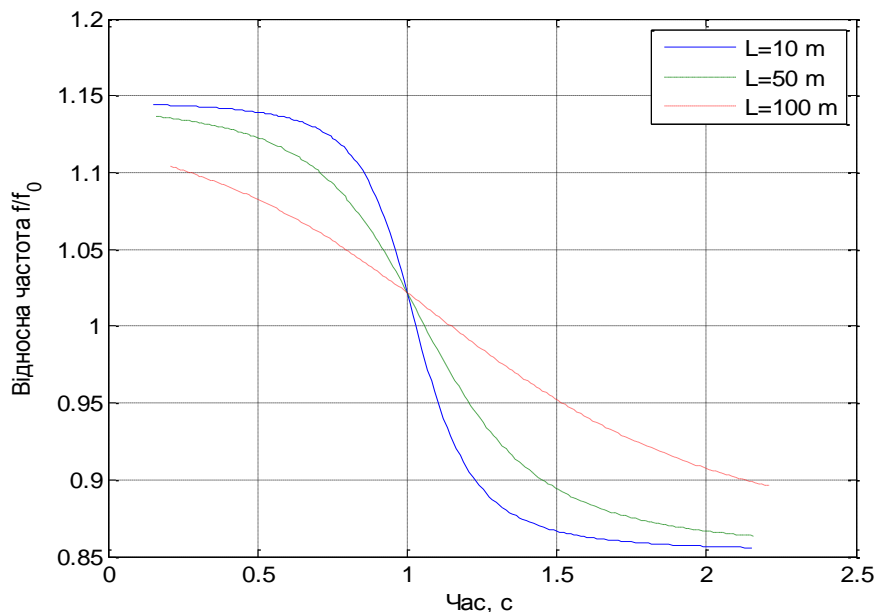
Виходячи з геометрії задачі (рис. 2.1), можемо записати:

$$\cos(\theta(t)) = \frac{x(t)}{r(t)}$$

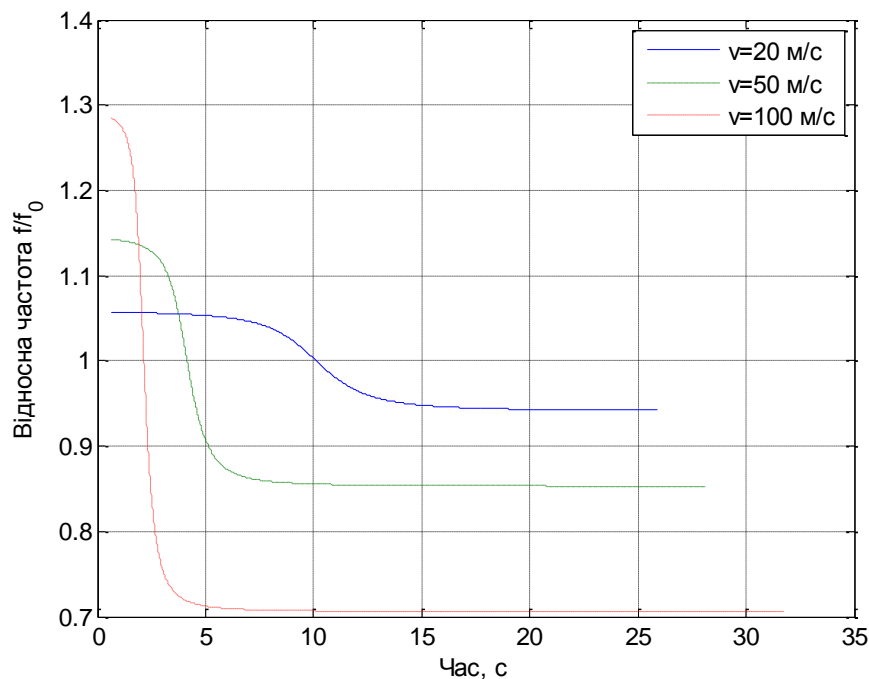
і з урахуванням виразів (2.2) і (2.6) запишемо

$$f\left(t + \frac{\sqrt{(x_0 + v \cdot t)^2 + l^2}}{c}\right) = f_0 \frac{1}{1 - \frac{v}{c} \frac{(x_0 + v \cdot t)}{\sqrt{(x_0 + v \cdot t)^2 + l^2}}} \quad (2.7)$$

За отриманим виразом (2.7) були проведені числові розрахунки та побудовані графіки рис. 2.4 та 2.5 зміни відносної частоти звуку ( $f/f_0$ ) з часом.



**Рисунок 2.4** – Зміна відносної частоти в розрахунковій точці від часу за різних відстаней  $l$  ( $x_0 = 200$  м,  $v = 50$  м/с)



**Рисунок 2.5** – Зміна відносної частоти в розрахунковій точці від часу за різних швидкостей  $v$  ( $x_0 = 200\text{м}$ ,  $l = 50\text{м}$ )

### 2.1.3 Аналіз розв'язку

В даному розділі розглянуто знаходження звукового тиску в деякій точці простору від рухомого джерела звуку. Результати математичного моделювання показують, що звуковий тиск, який надходить до приймача від джерела, що рівномірно рухається, описується складною функціональною залежністю (4). Причому дану функціональну залежність можна віднести до так званих «дзвоноподібних» функцій. Детальний аналіз розрахунків показує, що часова залежність не є симетричною відносно свого екстремуму, і чим вища швидкість руху тим більша асиметричність.

Що стосується частотної залежності, то бачимо, що дані залежності є монотонними і асимптотично обмежені виразом  $f / f_0 = c / (c \pm v)$ . Функціональна залежність нагадує залежність типу  $\arctg$ , але при цьому перегин функції відбувається не в точці з ординатою 1, а в деякій точці, яка залежить від швидкості руху та відстані від ліній руху та розрахунковою точкою [18].

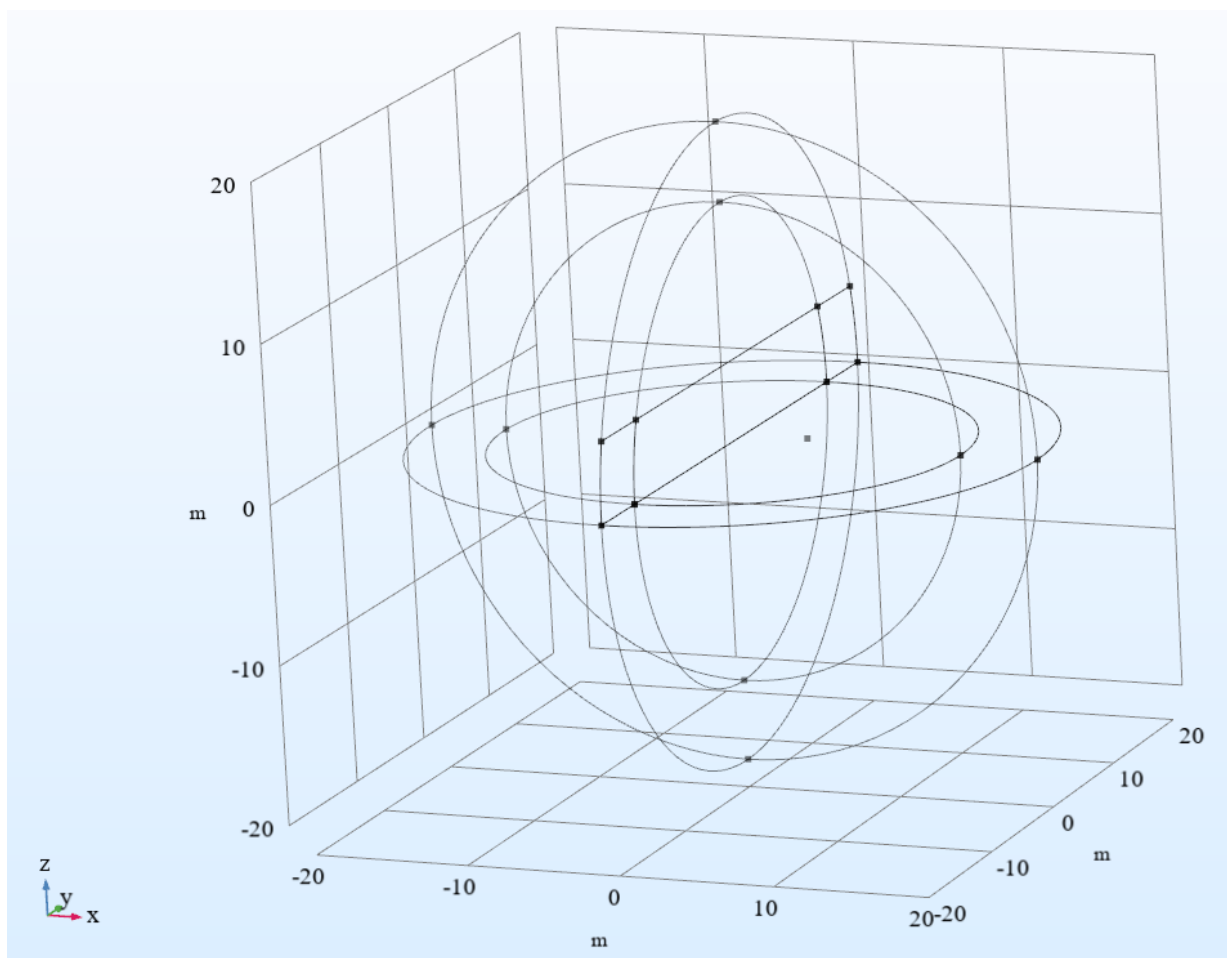
Побудована математична модель показує зміну звукового тиску та частоти звуку які спостерігаються в розрахунковій точці від рівномірно рухомого джерела звуку. Дані результати дозволяють оцінити вплив швидкості руху джерела звуку на ефективність шумозахисних екранів. Розрахунки показують, що зміна частоти звуку збільшується зі збільшенням швидкості руху і для швидкостей 180 км/год (50 м/с) ця зміна становить 30% від частоти звуку нерухомого джерела. Даний факт впливає на ефективність шумозахисних екранів які застосовуються для зниження шуму рухомих джерел, таких як транспортні потоки [18].

Якщо скористатися виразом (1.11) як одним із найбільш застосовуваним для знаходження ефективності екрану то можемо побачити що при зміні частоти звуку на 30% ефективність екрана змінюється лише на 1,1 дБ. Тобто, навіть для швидкостей понад 180 км/год ефект Доплекра має незначний вплив на ефективність екрану.

#### ***2.1.4 Комп'ютерне моделювання***

Для перевірки результатів розрахунків була побудована комп'ютерна модель розповсюдження звуку від точкового джерела при різній швидкості потоку повітря (вітру). При зміні системи координат і привязки її не до джерела, а до середовища, дана модель відповідає ситуації рухомого джерела звуку та нерухомого простору.

Використовуючи метод кінцевих елементів, була побудована та розрахована комп'ютерна модель звукового поля. Геометрія даної комп'ютерної моделі наведена на рис. 2.6.



**Рисунок 2.6** – Геометрія комп'ютерної моделі рухомого джерела звуку

1 – сфера радіусом 15 м;

2 – сферичний шар шириною 5 м;

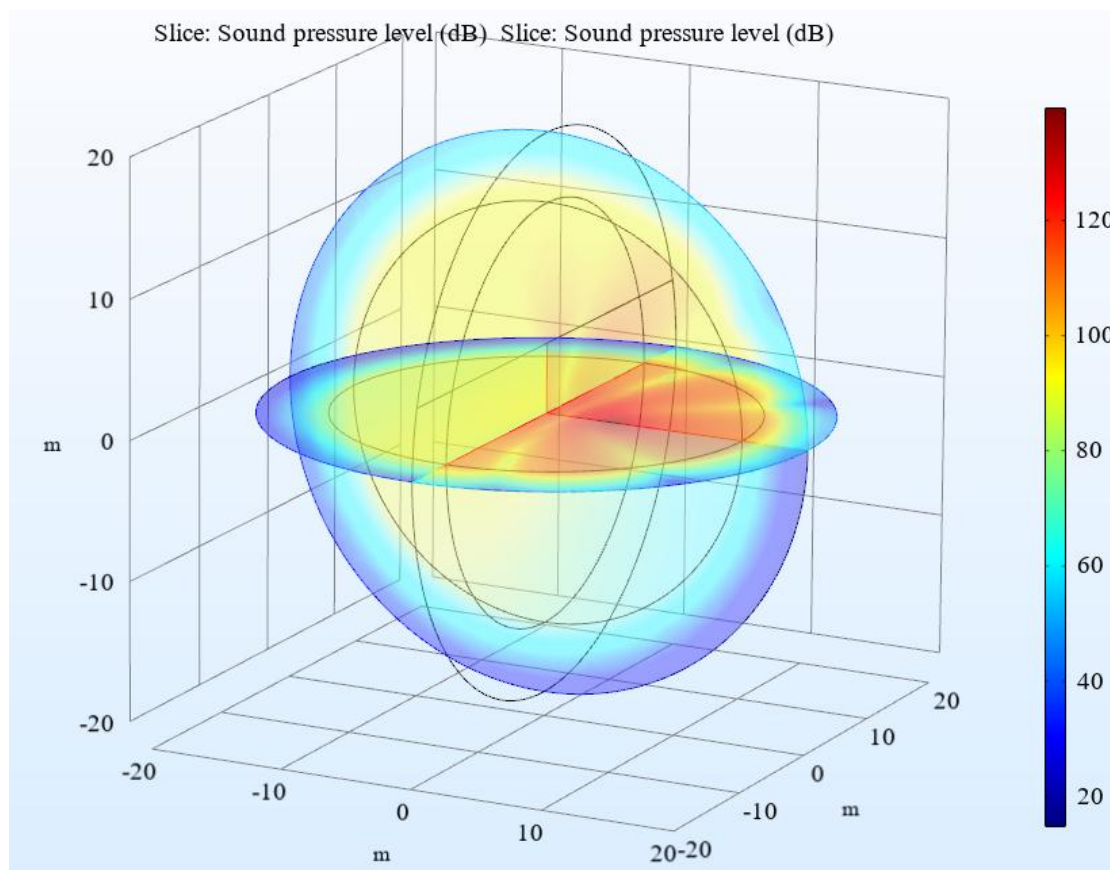
3 – акустично жорсткий вертикальний шумозахисний екран висотою 5 м ( $x=0$  м);

4 – акустично жорстка горизонтальна площина ( $z=0$  м);

5 – точкове джерело звуку ( $x=5$  м;  $y=0$  м;  $z=0.5$  м)

Об'єм сфери **1** заповнений повітрям ( $c=343$  м/с), що рухається вздовж осі **0y** у від'ємному напрямку зі швидкістю **V**. Сферичний шар **2** заповнений повітрям ( $c=343$  м/с) умови в цьому шарі такі, що звукова енергія, яка надійшла в шар, повністю поглинається (Perfectly Matched Layer). Джерелом звуку **5** є монополь, що випромінює гармонійний сигнал з певною частотою **f**, Гц та постійною продуктивністю **Q**.

В результаті розрахунку отримано поле рівнів звукового тиску (рис. 2.7)

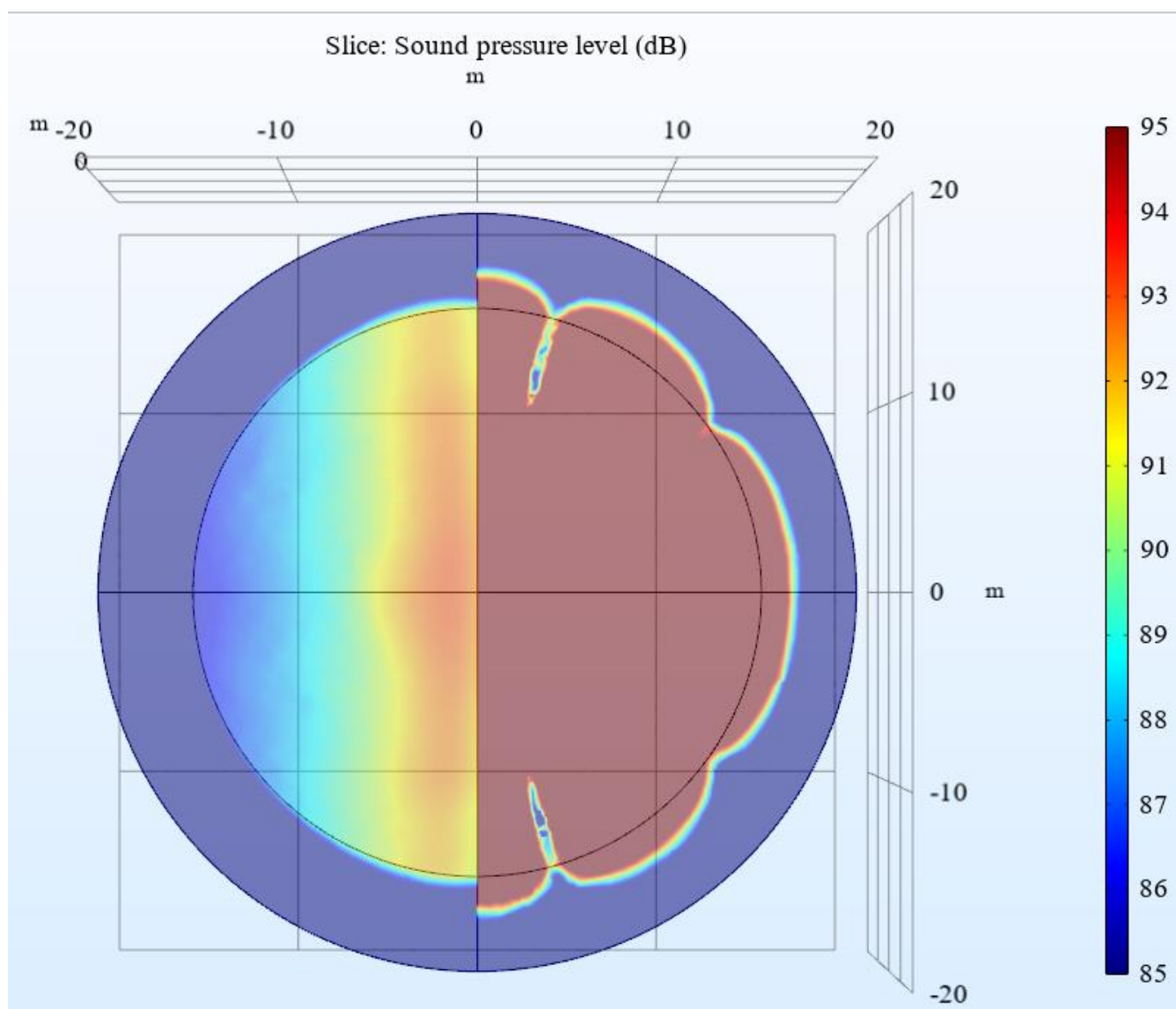


**Рисунок 2.7** – Поле рівнів звукового тиску довкола екрана з рухомим джерелом звуку.

Як видно з рисунку 2.7 звукопоглинальний шар **2** різко знижує рівні звукового тиску і за відсутністю інтерференційної картини можна стверджувати що відбита звукова хвиля відсутня.

Такі розрахунки були проведені для швидкостей  $V$  0, 20, 50 та 100 м/с.

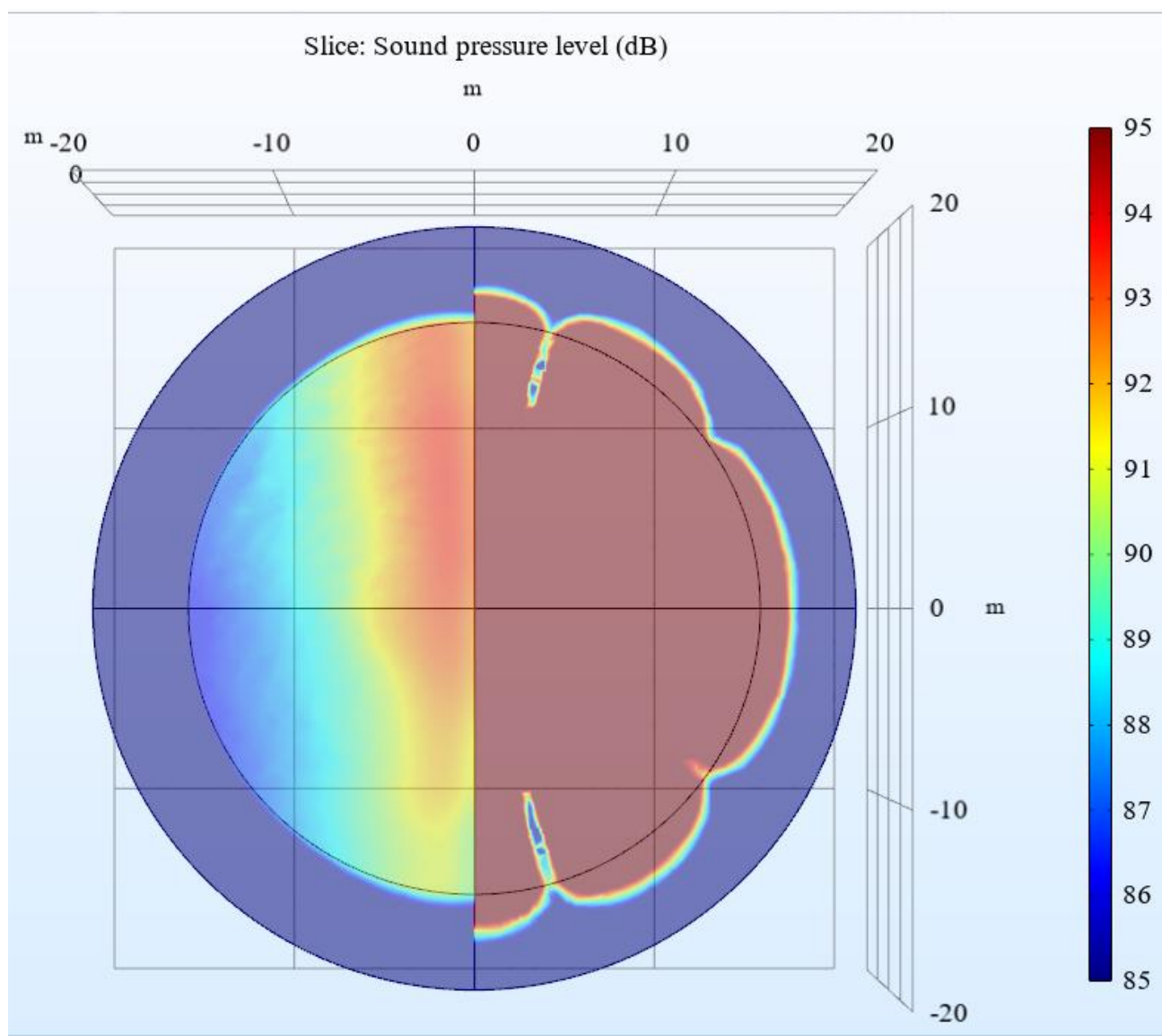
Оцінка результатів розрахунку відбувалася за різницею отриманих рівнів звукового тиску при нерухомому джерелі звуку (рис. 2.8,  $V=0$  м/с) та рухомому джерелі звуку з деякою швидкістю  $V$  (рис. 2.9,  $V=50$  м/с) в точках, що розташовані за екраном на відстані 5 м та на висоті 0,5 м від рівня дороги (табл. 2.1).



**Рисунок 2.8** – Розподіл рівнів звукового тиску за екраном від нерухомого точкового джерела звуку (комп'ютерне моделювання). Частота звуку 63 Гц

Як видно з рисунку 2.8, розподіл рівнів звукового тиску за екраном (ліва частина) є симетричним відносно джерела звуку ( $y=0$ ).





**Рисунок 2.9** – Розподіл рівнів звукового тиску за екраном від рухомого точкового джерела звуку  $V=50$  м/с (комп'ютерне моделювання). Частота звуку 63 Гц

На рисунку 2.9 видно асиметричність звукового поля за екраном (ліва частина рисунка). Рівні за екраном є вищими внаслідок зміни частоти звуку що пояснюється ефектом Допплера.

В таблиці 2.1 наведено числові значення зміни звукового поля за екраном для швидкостей руху джерела 20 м/с, 50 м/с та 100 м/с.

**Таблиця 2.1**

Координати точок розрахунку	X,м	-5								
	Y,м	-10	-7,5	-5	-2,5	0	2,5	5	7,5	10
	Z,м	0,5								
Параметр	Зміна відповідного параметру при відповідній швидкості руху джерела звуку, м/с									
Різниця рівнів звукового тиску (комп'ютерне моделювання), дБ	20	-0,27	-0,23	-0,13	-0,08	0,04	0,10	0,18	0,31	0,32
	50	-0,62	-0,50	-0,26	-0,07	0,19	0,31	0,51	0,88	0,91
	100	-1,02	-0,72	-0,50	-0,28	0,33	0,83	1,40	1,82	2,28
Відносна зміна частоти звуку за рахунок швидкості джерела	20	0,96	0,97	0,97	0,99	1	1,01	1,03	1,04	1,04
	50	0,91	0,92	0,94	0,97	1	1,04	1,07	1,10	1,11
	100	0,83	0,85	0,88	0,93	1	1,08	1,155	1,21	1,26
Зміна рівнів звукового тиску (розрахована за формулою 1.11 ), дБ	20	-0,18	-0,15	-0,11	-0,06	0	0,06	0,11	0,15	0,18
	50	-0,43	-0,36	-0,27	-0,15	0	0,16	0,29	0,4	0,47
	100	-0,81	-0,7	-0,53	-0,3	0	0,32	0,61	0,84	1
Похибка результатів розрахунку та комп'ютерного моделювання, дБ	20	-0,09	-0,08	-0,02	-0,02	0,04	0,04	0,07	0,16	0,14
	50	-0,19	-0,14	0,01	0,08	0,19	0,15	0,22	0,4	0,44
	100	-0,21	-0,02	0,03	0,02	0,33	0,51	0,79	0,98	1,28

Як бачимо, абсолютна похибка для переважної більшості точок та швидкостей руху становить не більше 0,5 дБ. Лише для швидкості руху 100 м/с для віддалених точок ця похибка збільшується. Таку похибку можна зменшити збільшивши розміри комп'ютерної моделі, що призведе до різкого збільшення кількості кінцевих елементів та збільшення часу розрахунку.

## **2.2 Ефективність шумозахисних екранів кінцевої звукоізоляції**

Екрани найбільш часто застосовуються для зниження шуму автотранспортних потоків у вигляді суцільного паркану-стілки, встановленого на узбіччі вздовж автодороги (рис.2.10).

Основною акустичною характеристикою таких екранів є його ефективність. Під ефективністю мається на увазі різниця між рівнями звукового тиску до установки екрану і після його установки (1).

$$\Delta L = L_1 - L_2 \quad (2.8)$$

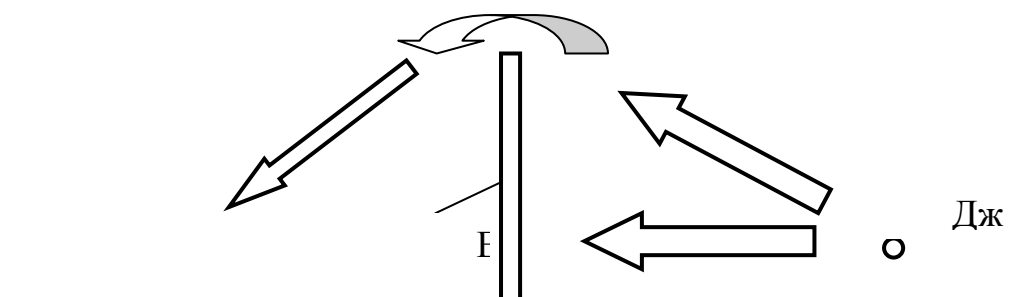
де  $L_1$  - рівень звукового тиску до установки екрану, дБ;

$L_2$  - рівень звукового тиску після установки екрану, дБ;

Як було показано в розділі 1, на сьогоднішній день не існує єдиного способу розрахунку ефективності екранів. Однак вважається, що екран має нескінченну звукоізоляцію, іншими словами звукова хвиля в зону тіні потрапляє лише завдяки дифракції через верхню кромку екрану (рис.2.7).



**Рисунок 2.10** - Шумозахисний екран з полікарбонату в м. Харків



**Рисунок 2.11** – Дифракція звукової хвилі через верхню кромку екрану

Дане твердження було справедливо в 60-70-х роках минулого століття, так як шумозахисні екрани-стілки в основному виготовлялися з важких матеріалів (камінь, цегла, бетон), з достатньою товщиною (120-500 мм). Звукоізоляція таких огорож дійсно значно вище їх ефективності, і, отже, проникненням звуку крізь тіло екрану можна було знехтувати. Однак останнім часом застосування легких і тонких листових матеріалів для виготовлення екранів вже не відповідає високим вимогам по звукоізоляції [97], що може служити причиною зниження ефективності екрану.

Тож існує, проблема, яка полягає в оцінці можливості застосування легких тонких матеріалів для виготовлення шумозахисних екранів і впливу їх кінцевої звукоізоляції на ефективність.

### ***2.2.1 Постановка числового експерименту***

Для розрахунку звукових полів до установки і після установки екрану використаний чисельний метод кінцевих елементів, реалізований в програмі Comsol Multiphysics.

Дана програма дозволяє моделювати звукові поля для різних джерел звуку і різних матеріалів. Оскільки розглядається можливість застосування різних матеріалів для побудови шумозахисних екранів для захисту від шуму транспортного потоку, то джерелом звуку обраний циліндричний джерело у вигляді тонкого пульсуючого циліндра. Діаметр циліндра склав 10 см, що дозволяє з одного боку вважати його досить малим в порівнянні з довжиною розглянутих хвиль, з іншого - зменшити кількість елементів, а відповідно час і власне можливість побудови акустичного поля.

Джерело звуку розташоване над акустично жорсткою поверхнею - моделлю проїжджої частини, на висоті 0,5 м. Відстань по горизонталі до екрану складає 7,5 м. Оскільки, зазвичай екрани розміщують якомога ближче до джерела звуку, то дану відстань вибрано з розрахунку, що екран знаходиться на узбіччі дороги з 4-ма смугами руху в обох напрямках.

Висота всіх розглянутих екранів склала 5 м. Дана висота найбільш часто зустрічається при проектуванні шумозахисних екранів..

За екраном моделювалася поглинаюча поверхня, яка характерна для землі покритою густою травою або свіжим снігом.

В ході числового експерименту розглядалися наступні екрани:

- Екран зі сталі товщиною 1 мм, 2 мм, 5 мм;
- Екран з литого полікарбонату товщиною 5 мм, 10 мм, 20 мм;
- Екрани з цегли завтовшки 125 мм і 250 мм.

Для порівняння отриманих результатів за основний був обраний абсолютно жорсткий екран з нескінченної звукоізоляцією завтовшки 10 мм.

Основними параметрами, що впливають на звукоізоляцію екрану, є густина матеріалу, товщина і швидкість звуку:

- Сталь: щільність - 7870 кг / м<sup>3</sup>, швидкість звуку - 5800 м / с;
- Полікарбонат: щільність - 1160 кг / м<sup>3</sup>, швидкість звуку - 2570 м / с;
- Цегла: щільність - 2400 кг / м<sup>3</sup>, швидкість звуку - 2700 м / с;

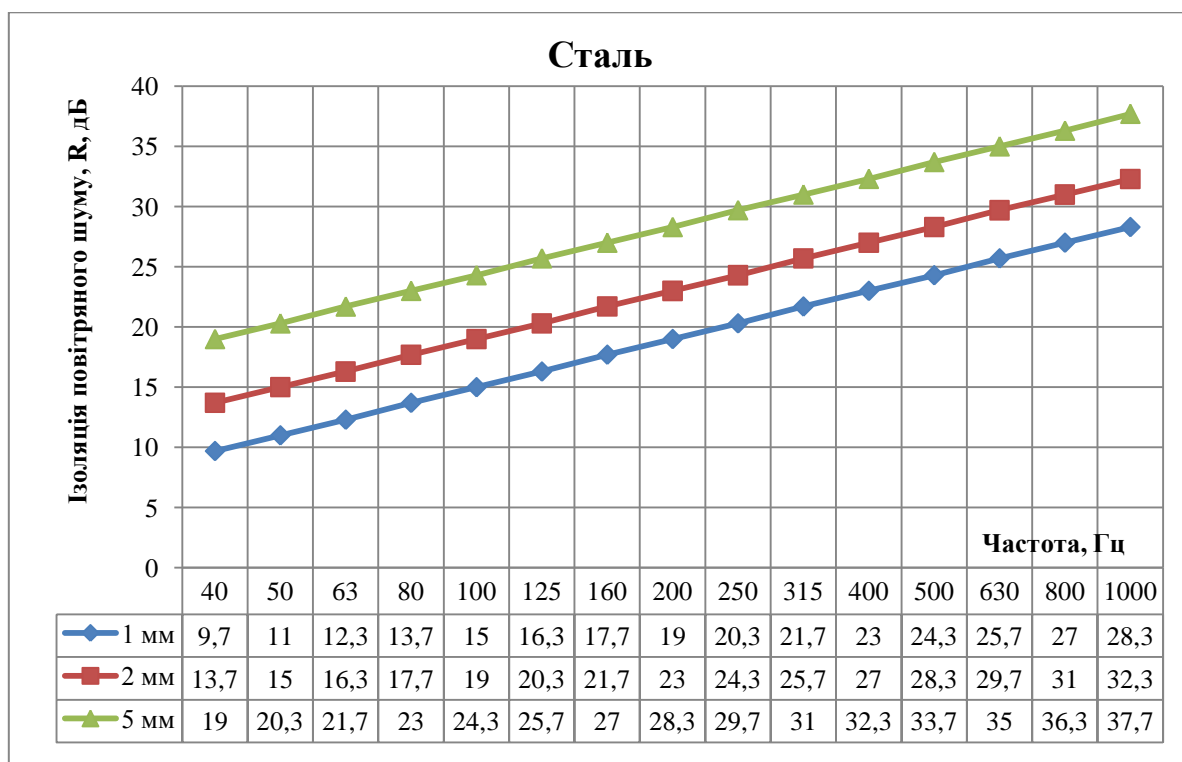
Оскільки розглядаються екрани покликані захищати від шуму транспортних потоків, то для розрахунку були обрані частоти (40 Гц і 125 Гц), що лежать в низькочастотній області, де якраз і знаходиться максимум спектральної густини потужності транспортного шуму [98].

### ***2.2.2 Звукоізоляція екранів***

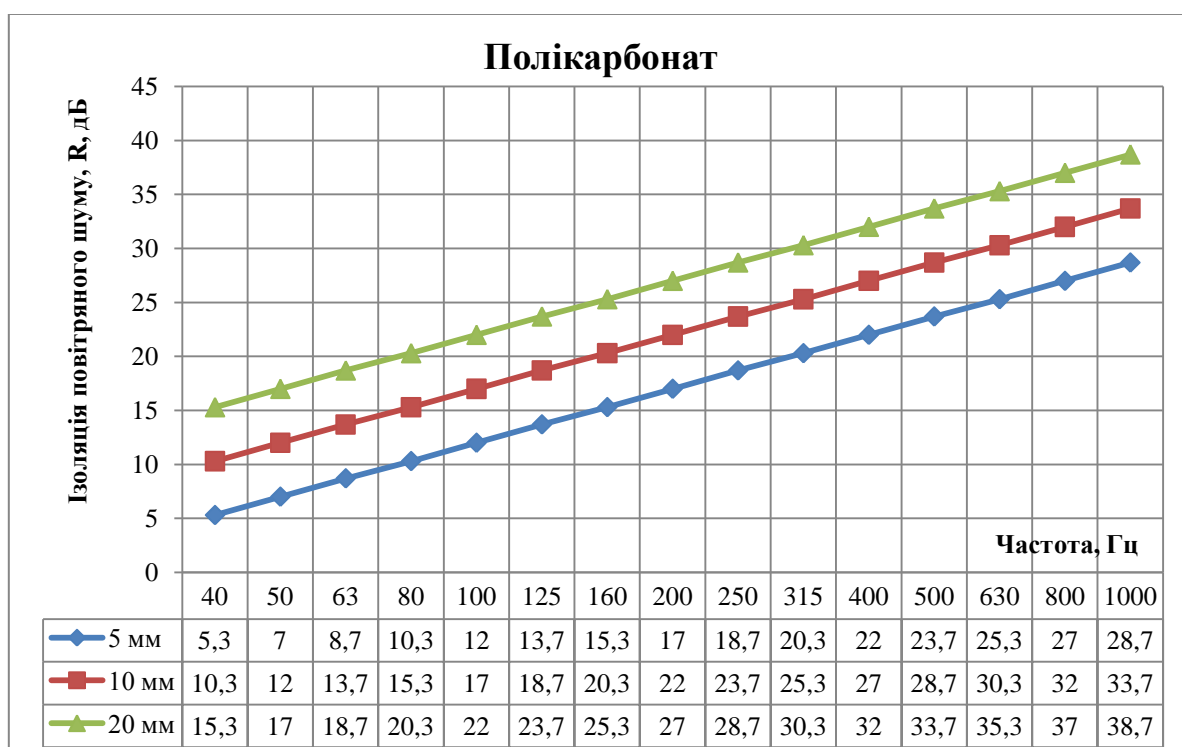
Перед проведенням розрахунку ефективності екранів різної конструкції оцінимо їх звукоізолювальні властивості.

Всі розрахунки біли проведені у відповідності до чинного нормативного документу на методи розрахунку звукоізоляції конструкцій [25].

Результати розрахунку звукоізоляції наведені на рис 2.12-2.14.



**Рисунок 2.12** – Частотні характеристики ізоляції повітряного шуму сталевими листами



**Рисунок 2.13** – Частотні характеристики ізоляції повітряного шуму листами монолітного полікарбонату



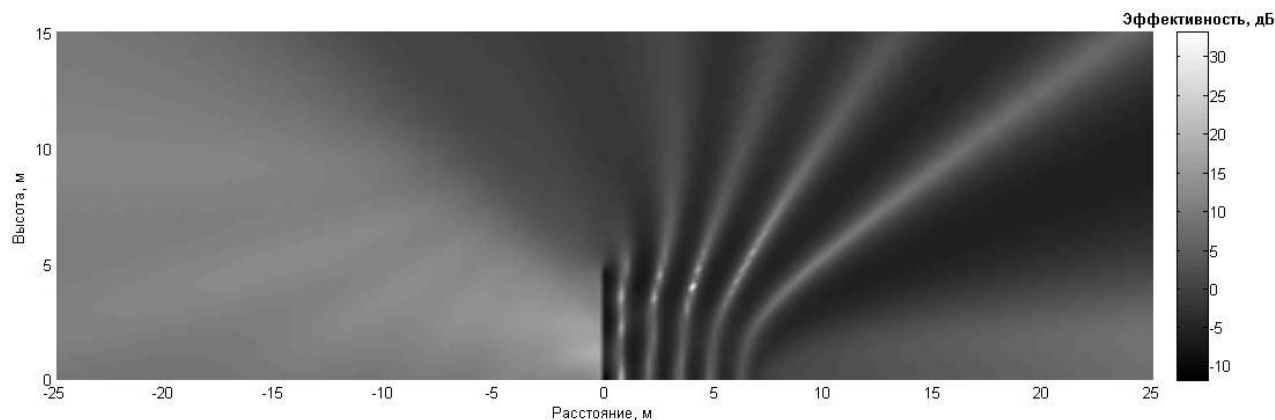
**Рисунок 2.14** – Частотні характеристики ізоляції повітряного шуму цегляної кладки

Як видно з отриманих результатів звукоізоляція екрану з листових матеріалів (сталь, полікарбонат ) на низьких частотах є дуже малою і на частотах 40 Гц становить 5,3 – 15,3 дБ для полікарбонату та 9,7-19 дБ для сталі і збільшується на частоті 125 Гц до 13,7-23,7 дБ та 16,3-25,7 дБ для полікарбонату та сталі відповідно. Що ж стосується цегляної кладки то відповідно до розрахунків звукоізоляція низьких частотах є незмінною і становить 43,3 дБ та 40,6 дБ для товщини 125 мм та 250 мм відповідно.

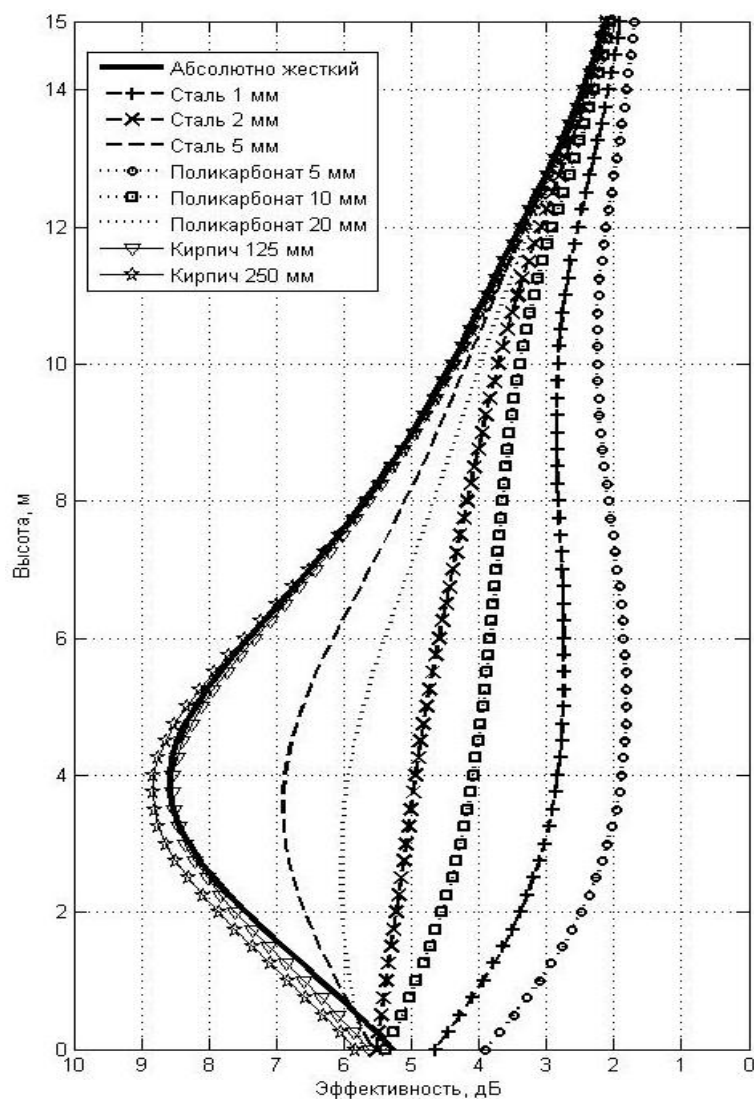
### 2.2.3 Аналіз отриманих результатів

В результаті розрахунку були отримані поля ефективностей екрану різної товщини і матеріалів. На рисунку 2.8 приведено поле ефективності абсолютно жорсткого екрану висотою 5 м на частоті 125 Гц. Як видно між джерелом звуку і екраном спостерігається інтерференційна картина - різка зміна рівнів ефективності. Така картина пояснюється накладенням хвиль що йдуть від джерела звуку та хвиль, відбитих від екрану.

Для кількісної оцінки ефективності різних екранів розглянемо зміни ефективності екрану в залежності від висоти, для точок віддалених на відстані 5 м від екрану для частоти 40 Гц (рис. 2.9,а) і 125 Гц (рис. 2.9,б).

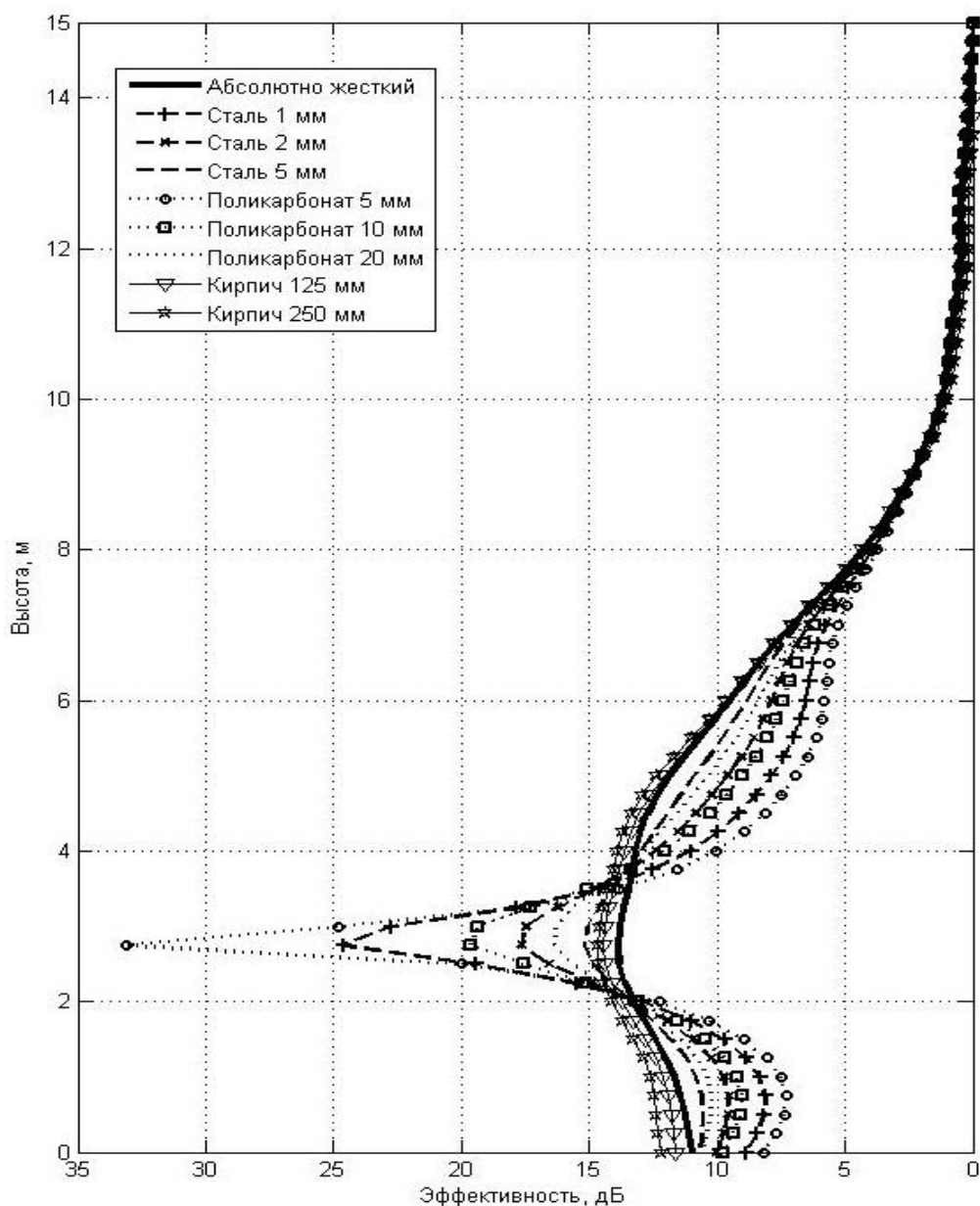


**Рисунок 2.15** – Поле ефективності екрану висотою 5 м на частоті 125 Гц



а)





б)

**Рисунок 2.16** – Ефективність екранів різної конструкції в залежності від висоти. а) - частота 40 Гц; б) - частота 125 Гц

Як видно для низьких частот (40 Гц, рис. 2.16,а) ефективність сильно залежить від вибору матеріалу екрану. Найнижчою ефективністю володіє екран з полікарбонату товщиною 5 мм. При висоті в 5 м його ефективність практично по всій висоті не перевищує 2 дБ. Зі збільшенням товщини до 10 мм, ефективність зростає в середньому на 2 дБ. При ще двократному збільшенні товщини ефективність збільшується ще на 1,5-2 дБ, проте залишається значно нижче ефективності абсолютно жорсткого екрану.

Для листів сталі товщиною 1 мм, 2 мм і 5 мм закономірність зміни ефективності екрану аналогічна, проте за абсолютними значеннями ця ефективність в середньому більше на 1 дБ.

Екрани ж виготовлені з важкого матеріалу, такого як цегла, володіють ефективністю, що не поступається ефективності абсолютно жорсткого екрану. Деяке перевищення ефективності екрану з цегли для малих висот пояснюється більшою їх товщиною (125 мм і 250 мм) в порівнянні з абсолютно жорстким екраном, товщина якого була 10 мм.

Схожа ситуація спостерігається і на частоті 125 Гц (рис. 2.16, б). Над візирної лінією ( $\sim 8$  м) ефективність для всіх екранів практично однакова та зі зменшенням висоти плавно зростає до 4 дБ. Потім ефективність екранів з цегли відповідає (й навіть перевищує через більші товщини) ефективності абсолютно жорсткого екрану. Екрани ж виготовлені з тонких листових матеріалів зі зменшенням висоти мають ефективність меншу, ніж ефективність абсолютно жорсткого екрану.

В області висот 2-4 м спостерігається аномальне збільшення ефективності екрану для тонких листових матеріалів. Цей ефект викликаний тим, що хвиля дифрагована через верхню кромку екрану інтерферує з хвилею пройдену крізь тіло екрану. Оскільки довжина ходу променів цих хвиль відрізняється на півдовжини хвилі, то інтерференція цих хвиль призводить до значного зниження рівня звукового тиску, що автоматично призводить до підвищення ефективності екрану в цій області. Однак даний ефект буде спостерігатися лише для тональних джерел шуму і не буде проявлятися для джерела шуму з безперервним спектром, яким є транспортний потік.

## **2.3 Висновки до розділу 2**

1. Методики розрахунку ефективності шумозахисних екранів існуючі на сьогоднішній день справедливі лише для екранів виконаних з масивних конструктивних елементів, таких як камінь, цегла або залізобетон.

2. Ефективність екранів з листових матеріалів з малою поверхневою щільністю, таких як литий полікарбонат, товщиною до 20 мм або сталеві листи

товщиною до 5 мм, мають меншу акустичну ефективність при інших рівних умовах, ніж абсолютно жорсткий екран. Даний факт призводить до значної похибки проведених розрахунків.

3. Ефективність екранів виготовлених з листових матеріалів зростає зі збільшенням товщини матеріалу, що пояснюється збільшенням звукоізоляції, і як наслідок, зменшенням впливу хвилі що пройшла крізь тіло екрану.

4. Зі збільшенням частоти ефективність екрану зростає незалежно від того з якого матеріалу виготовлений екран.

5. Для забезпечення більшої ефективності шумозахисних екранів при інших рівних параметрах (висота, довжина, місце розташування) необхідно вибирати матеріал екрану зі звукоізоляцією на 15-20 дБ вище, ніж розрахункова його ефективність.

### 3 ШУМОЗАХИСНИЙ ЕКРАН ЗІ ЩІЛИНОЮ

Як показав аналітичний огляд літератури наведений в розділі 1, на сьогоднішній день методики розрахунку шумозахисних екранів базуються на тому що екран є акустично непрозорий, і майже вся увага приділяється дифракції звукової хвилі через верхню кромку екрана та відбиття звуку від поверхонь перед та за екраном. Однак досить доцільно розглянути як впливає на ефективність екрана ситуація коли частина звукової енергії проходить крізь тіло екрана, наприклад коли в екрані існують отвори.

#### 3.1 Екран з отвором в основі

З початком будівництва шумозахисних екранів в Україні виникли й нові проблеми з доглядом за поверхнею автодороги вздовж якого встановлений шумозахисний екран. Досить часто шумозахисні екрани проектується і будуються з наскрізним отвором в нижній частині екрана (рис. 3.1). Даний отвір пояснюється необхідністю відведення опадів з поверхні автодороги. Ширина даного отвору різна і інколи сягає величини в 0,5 м.



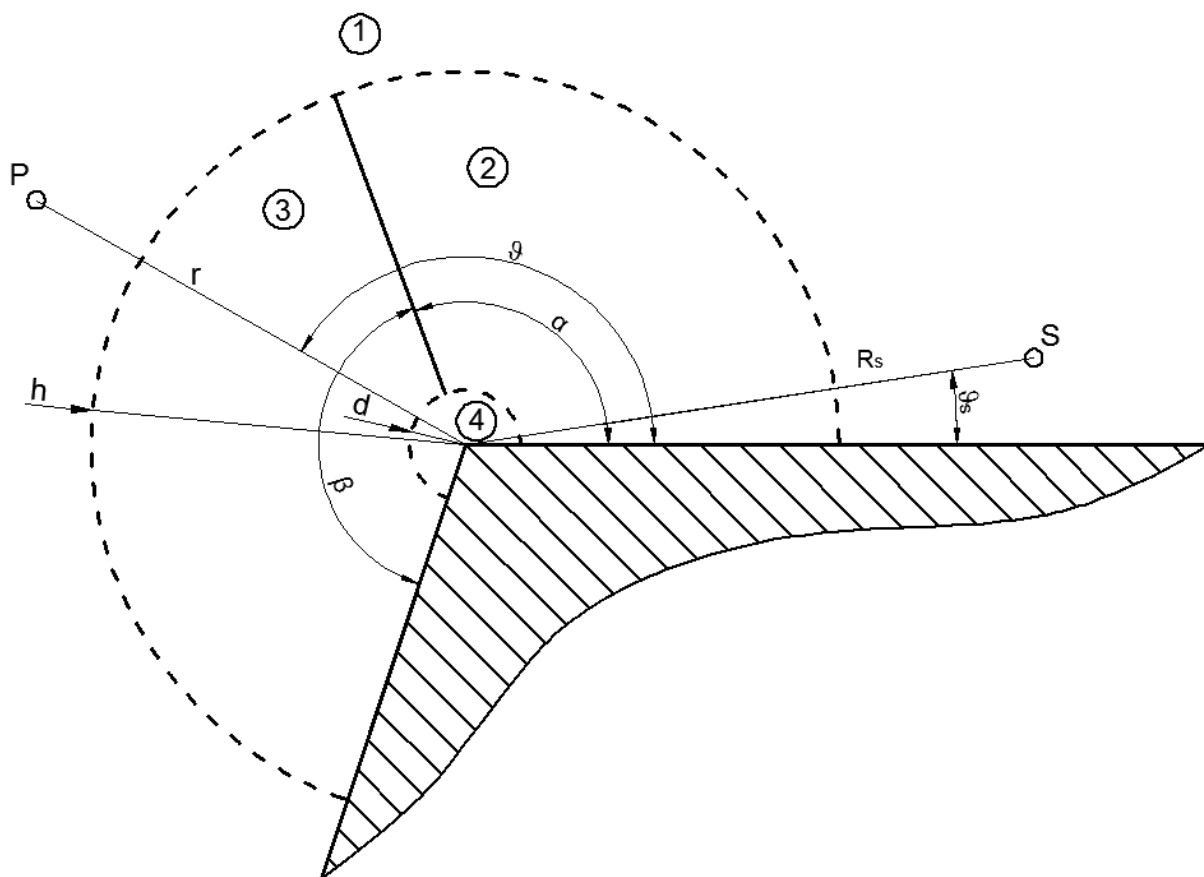
**Рисунок 3.1** – Шумозахисний екран з отвором в основі

Дана фактична ситуація призводить до зменшення ефективності шумозахисного екрана, однак дієвих методик розрахунку шумозахисного екрану з отвором на даний час не було знайдено. Тому дана задача є актуальною з практичної точки зору.

### **3.1.1 Постановка задачі**

Розглянемо двомірну задачу. Дві акустично жорсткі півплощини, одна з яких горизонтальна, інша – нахилена, утворюють двогранний кут з кутом розкриву  $\alpha + \beta$ . Джерело звуку  $S$  у вигляді нескінченно довгого циліндру нескінченно малого радіусу, що працює на нульовій моді коливань та випромінює звукову хвилю і знаходиться на відстані  $R_s$  від вершини двогранного кута та під кутом  $\vartheta_s$  до горизонтальної півплощини. Під кутом  $\alpha$  до горизонтальної півплощини знаходиться акустично жорстка нескінченно довга смуга. Краї смуги віддалені від вершини двогранного кута на відстані  $d$  та  $h$  ( $d < h$ ). Площина якій належить смуга проходить через вершину двогранного кута.

Необхідно знайти акустичне поле в довільній точці  $P$ , яка знаходиться на відстані  $l$  від вершини двогранного кута та під кутом  $\vartheta$  до горизонтальної півплощини. Геометрія задачі наведена на рис. 3.2.



**Рисунок 3.2** – Розрахункова геометрична модель звуковідбивного екрана з отвором в основі

### 3.1.2 Аналітичний розв'язок задачі

Область 1

Область **1** має вигляд області ззовні круга радіусом  $h$ , з такими граничними умовами:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = 0 \text{ при } \begin{cases} \vartheta = 0, r > h \\ \vartheta = \alpha + \beta, r > h \end{cases} \quad (3.1)$$

Як відомо, рівняння Гельмгольца для потенціалу швидкості  $\Phi$  в полярній системі координат на площині має вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2 \left[ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta^2} \right] = 0 \quad (3.2)$$

Частинний розв'язок представимо у формі [99]:

$$\varphi_a(r, \gamma) = [A_a H_a^{(1)}(kr) + B_a H_a^{(2)}(kr)] \cdot [C_a \cos(a\vartheta) + D_a \sin(a\vartheta)], \quad (3.3)$$

або

$$\varphi_a(r, \vartheta) = [A_a J_a(kr) + B_a N_a(kr)] \cdot [C_a \cos(a\vartheta) + D_a \sin(a\vartheta)], \quad (3.4)$$

де тут і надалі  $H_a^{(1)}$ ,  $H_a^{(2)}$ ,  $J_a$  та  $N_a$  - позначення циліндричних функцій, а саме, Ганкеля 1-го і 2-го роду, Бесселя та Неймана відповідно;

$k = \omega / c$  - хвильове число.

Скористаємось частинними розв'язками виду (3.3).

Враховуючи умову випромінювання Зоммерфельда на нескінченності [26], в рівнянні (3.3) функцію  $H_a^{(2)}(kr)$  відкидаємо, тому що вона відповідає хвилям, що приходять із нескінченності.

Тоді використавши граничні умови обрахуємо параметри  $a$ ,  $C$ ,  $D$ .

$$\begin{aligned} \begin{cases} -C_a \sin(a\vartheta) + D_a \cos(a\vartheta) = 0 \big|_{\vartheta=0} \\ -C_a \sin(a\vartheta) + D_a \cos(a\vartheta) = 0 \big|_{\vartheta=\alpha+\beta} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} D_a = 0 \\ C_a \sin((\alpha + \beta)a) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} D_a = 0 \\ C_a = 0 \\ D_a = 0 \\ \sin((\alpha + \beta)a) = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \text{тривіальний випадок} \\ D_a = 0 \\ a = \frac{\pi n}{\alpha + \beta}, n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \end{cases} \end{aligned}$$

Тоді,

$$\varphi_n(r, \vartheta) = A_n \cdot H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kr) \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right), \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.5)$$

Для зручності майбутніх розрахунків та запису виразів зробимо наступні заміни:

$$A_n = \frac{A_n^{(1)}}{H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)'}(kh)} \quad (3.6)$$

В результаті знаходження частинного розв'язку (3.5) та заміни (3.6) потенціал швидкості  $\Phi_1$  для області **1** можна записати у вигляді

$$\Phi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kr)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right); \quad (3.7)$$

Область 2

Область **2** має вигляд сектора кільця радіуса  $d$  та  $h$ , з такими граничними умовами:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} = 0 \text{ при } \begin{cases} \vartheta = 0, r > d \\ \vartheta = \alpha, r \leq h \end{cases} \quad (3.8)$$

Скористаємось частинним розв'язком виду (3.4).

Тоді скористаємося граничними умовами для знаходження параметрів  $a$ ,  $C$ ,  $D$ .

$$\begin{aligned} & \begin{cases} -C_a \sin(a\vartheta) + D_a \cos(a\vartheta) = 0 \big|_{\vartheta=0} \\ -C_a \sin(a\vartheta) + D_a \cos(a\vartheta) = 0 \big|_{\vartheta=\alpha} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_a = 0 \\ C_a \sin(\alpha \cdot a) = 0 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} D_a = 0 \\ C_a = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} D_a = 0 \\ \sin(\alpha \cdot a) = 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_b = 0 \\ a = \frac{\pi n}{\alpha}, n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \end{cases} \end{aligned}$$

Тоді

$$\varphi_n(r, \vartheta) = A_n^{(2)} \cdot J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr) \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \cdot \vartheta\right), n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.9)$$

Провівши подібні до розв'язку для першої області заміни, можна записати потенціал швидкості  $\Phi_2$  для області **2** у вигляді:

$$\Phi_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right). \quad (3.10)$$

Область 3

Область **3** має вигляд сектора кільця радіуса  $d$  та  $h$ , з такими граничними умовами:



$$\frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} = 0 \text{ при } \begin{cases} \vartheta = \alpha, r > d \\ \vartheta = \beta, r \leq h \end{cases} \quad (3.11)$$

Аналогічно до сектора 2:

$$\Phi_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right); \quad (3.12)$$

Область 4

Область **4** має вигляд сектора круга радіуса  $d$ , з такими граничними умовами:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \text{ при } \begin{cases} \vartheta = 0, r \leq d \\ \vartheta = \alpha + \beta, r \leq d \end{cases} \quad (3.13)$$

В області **4** знаходиться початок координат, тому з розв'язку (3.4) відкидаємо доданок з функцією Неймана, оскільки в початку координат вона прямує до мінус нескінченності, що не відповідає фізиці задачі.

Потенціал швидкості матиме вигляд:

$$\Phi_4 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kd)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \quad (3.14)$$

Дифракційне поле від джерела звуку

Для однозначності будемо вважати, що джерело звуку знаходиться в області **1**, тобто  $h < R_s$ .

Дифракція нескінченного циліндричного джерела звуку малих хвильових розмірів на клині з акустично жорсткими поверхнями та кутом розкриття  $\alpha + \beta$  описується виразом [100]:

$$\Phi_0 = \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right), & r < R_s \\ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kR_s)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right), & r \geq R_s \end{cases} \quad (3.15)$$

де  $\Phi_0$  - потенціал коливальної швидкості, що випромінюється джерелом;

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n > 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Запишемо умови спряження полів на границях:

За тиском:

$$\begin{aligned} \Phi_1 + \Phi_0 &= \Phi_2 + \Phi_3, & r = h \\ \Phi_4 &= \Phi_2 + \Phi_3, & r = d \end{aligned} \quad (3.17)$$

За швидкістю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_0)}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_2}{\partial r}, & r = h, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_3}{\partial r}, & r = h, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \\ \frac{\partial\Phi_4}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_2}{\partial r}, & r = d, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_3}{\partial r}, & r = d, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Підставимо значення знайдених потенціалів швидкості, (3.7), (3.10), (3.12) та (3.14) в умови спряження (3.17) та (3.18) і отримаємо:

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) = \dots \\
& = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \\
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kd)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \\
& \left\{ \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(2)} + A_n^{(3)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \right. \\
& \left. \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(4)} + A_n^{(5)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \right. \\
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \\
& \left. \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \right. \tag{3.19}
\end{aligned}$$

Проведено алгебраїзацію функціональних співвідношень з використанням властивості ортогональності тригонометричних функції

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(\frac{kh}{\alpha})}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(\frac{kh}{\alpha})} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(\frac{kh}{\alpha})}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(\frac{kh}{\alpha})} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(\frac{kh}{\beta})}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(\frac{kh}{\beta})} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(\frac{kh}{\beta})}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(\frac{kh}{\beta})} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = \\
& \dots = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{\mathcal{G}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(\frac{kh}{\alpha})} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(\frac{kh}{\alpha})} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(\frac{kh}{\beta})} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(\frac{kh}{\beta})} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kd)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = 0 \\
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(2)} + A_n^{(3)}] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{\mathcal{G}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta \\
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(4)} + A_n^{(5)}] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = \dots \\
& \dots = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{\mathcal{G}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(\frac{kh}{\alpha})} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(\frac{kh}{\alpha})} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0 \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(\frac{kh}{\beta})} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kd)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(\frac{kh}{\beta})} \right] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6)} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = 0
\end{aligned}$$

Отримаємо нескінченну систему рівнянь.

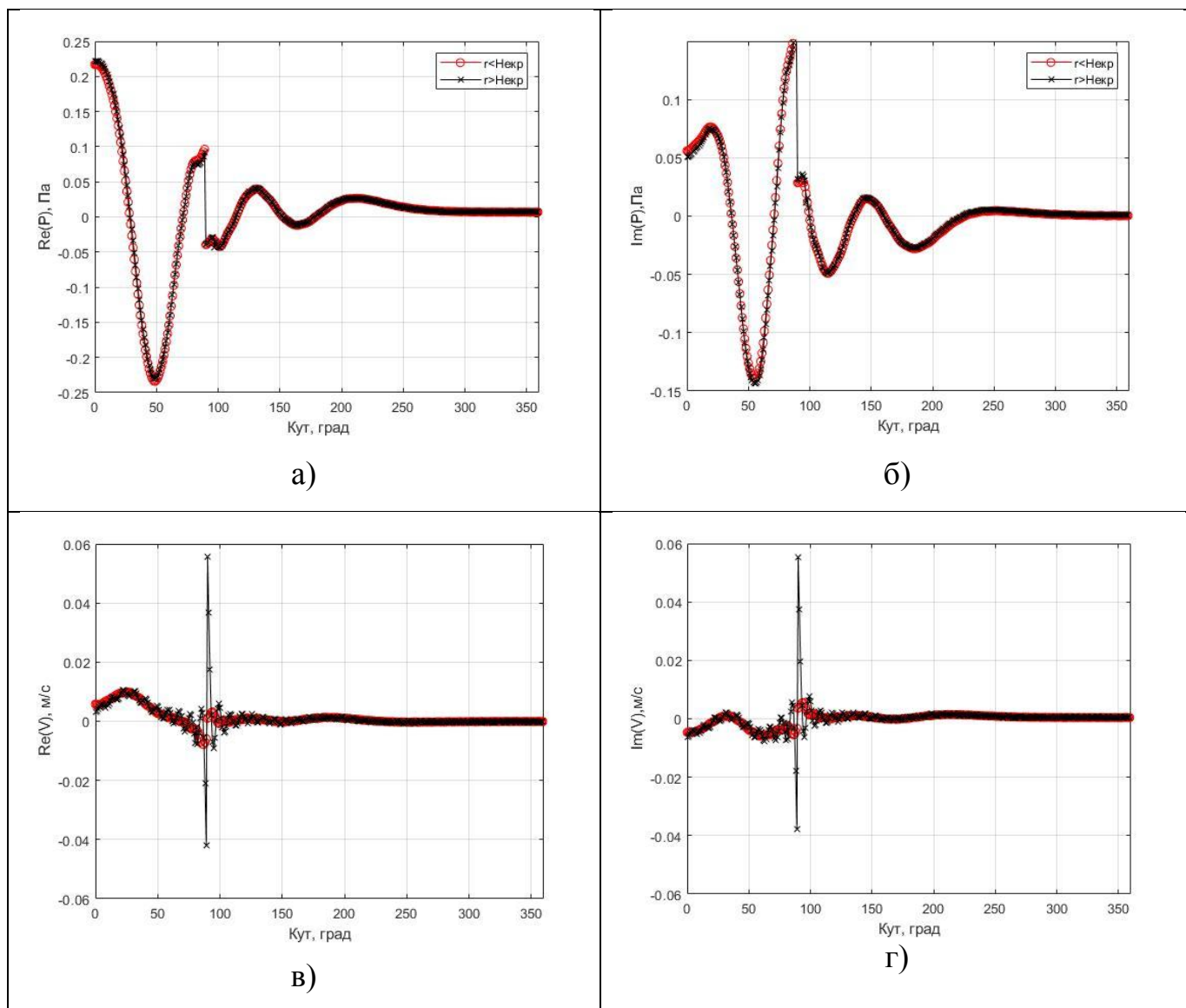
$$\begin{aligned}
& \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cdot I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} \right] I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} \right] I_{3m} = \dots \\
& = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) I_{1m} \\
& \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kd)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kd)}{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} \right] I_{2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(kd)}{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} \right] I_{3m} - \sum_{n=0}^{\infty} A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kd)} I_{1m} = 0 \\
& \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(2)} + A_m^{(3)}] I_{2m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) I_{1m} \right. \\
& \quad \left. \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(4)} + A_m^{(5)}] I_{3m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) I_{1m} \right. \\
& \quad \left. \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kd)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kd)}{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} \right] I_{4m} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(6)} I_{5m} = 0 \right. \\
& \quad \left. \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kd)}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kd)}{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} \right] I_{6m} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(6)} I_{7m} = 0 \right.
\end{aligned} \tag{3.20}$$

де

$$\begin{aligned}
 I_{1m} &= \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = \begin{cases} (\alpha+\beta), & n=m=0 \\ (\alpha+\beta)/2, & n=m \neq 0 \\ 0, & n \neq m \end{cases} \\
 I_{2m} &= \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta \\
 I_{3m} &= \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta-\alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta \\
 I_{4m} &= \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = \begin{cases} \alpha, & n=m=0 \\ \alpha/2, & n=m \neq 0 \\ 0, & n \neq m \end{cases} \\
 I_{5m} &= \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta \\
 I_{6m} &= \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta-\alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta-\alpha)\right) d\vartheta = \begin{cases} \beta, & n=m=0 \\ \beta/2, & n=m \neq 0 \\ 0, & n \neq m \end{cases} \\
 I_{7m} &= \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta-\alpha)\right) d\vartheta
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Дана нескінченна система алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів  $A_m^{(1)} \dots A_m^{(6)}$  розв'язується методом редукції з утриманням від 360 до 1500 рівнянь в залежності від частоти.

Кількість рівнянь обиралася таким чином щоб була узгодженість полів на межах областей. Типова картина порівнянь звукових тисків та коливальних швидкостей наведена на рис. 3.3.



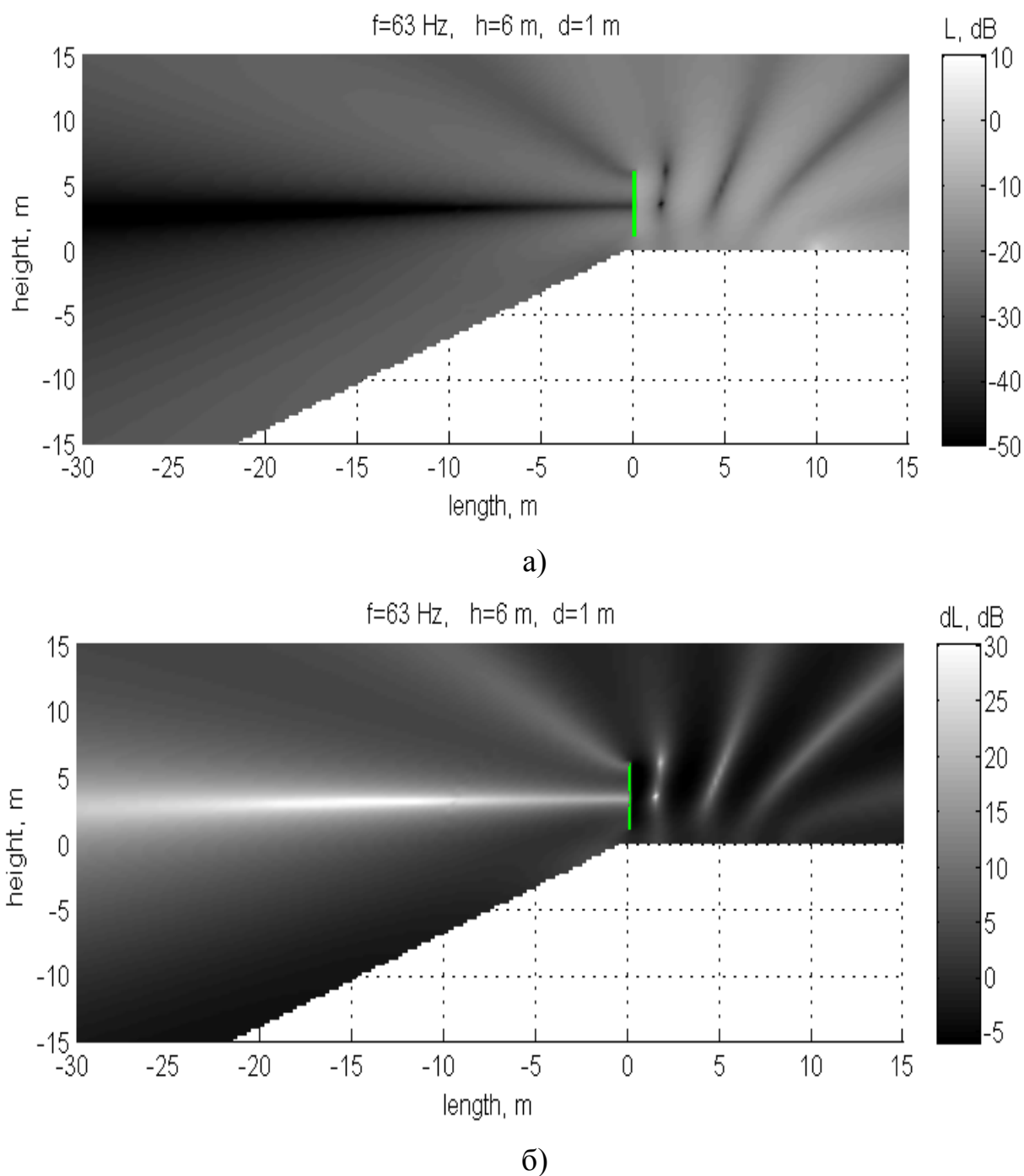
**Рисунок 3.3** - Типові графіки дійсних і уявних частин звукових тисків та коливальної швидкості не межі областей

а) – дійсна частина звукового тиску; б) – уявна частина звукового тиску  
в) – дійсна частина коливальної швидкості; г) – уявна частина коливальної швидкості

Як видно з рисунку 3.3 за звуковим тиском узгодженість спостерігається при всіх кутах. Що стосується коливальної швидкості то «зшивка» між областями спостерігається при всіх кутах крім кутів близьких до  $90^\circ$  (для вертикальних екранів). Не співпадіння значень коливальної швидкості поблизу ребра – відома проблема при такого роду розрахунках і в літературі набула назву «умова на ребрі» [101,102]. В літературі відомі методи розв’язання даної задачі [103-105] і як було

показано в роботі [73] урахування даної умови не призводить до зміни звукового поля в точках віддалених від ребра.

На рис. 3.4 показано результат розв'язку системи рівнянь для частоти 63 Гц та екрану висотою 6 м з отвором 1 м. При цьому джерело звуку знаходиться на горизонтальній поверхні на відстані 10 м.



**Рисунок 3.4** – Акустичне поле та ефективність акустично жорсткого екрану висотою 6 м з отвором 1 м в основі

а) – акустичне поле довкола екрана; б) – поле ефективності екрана



Таким чином розв'язано задачу знаходження звукового поля довкола акустично жорсткого екрана зі щілиною в його основі.

Як показують результати розрахунків при тональному джерелі звуку спостерігається яскраво виражена інтерференційна картина як перед екраном так і за екраном.

Перед екраном інтерференційна картина пояснюється накладанням звукових хвиль від джерела звуку та звуку що відбивається від екрану. Інтерференція звуку пояснюється надходженням звуку в зону за екраном як через верхню кромку так і через щілини в його основі.

### **3.2 Екран з отвором в середній частині**

Досить часто екрани будуються із світлопрозорими вставками що знаходяться в середній частині екрана. Зокрема такі екрани можна побачити на трасах Київ-Чоп та Луцьк-Рівне (рис. 3.5). Наявність даних світлопрозорих вставок регламентується чинними нормативними документами [78] та пояснюються мірами безпеки автодорожнього руху та покращенням огляду мальовничих об'єктів та територій. Однак досить часто дані вставки мають значно менші звукоізолювальні характеристики а інколи й зовсім відсутні. Тож постає практична задача знаходження ефективності шумозахисного екрана з отвором в середній його частині.

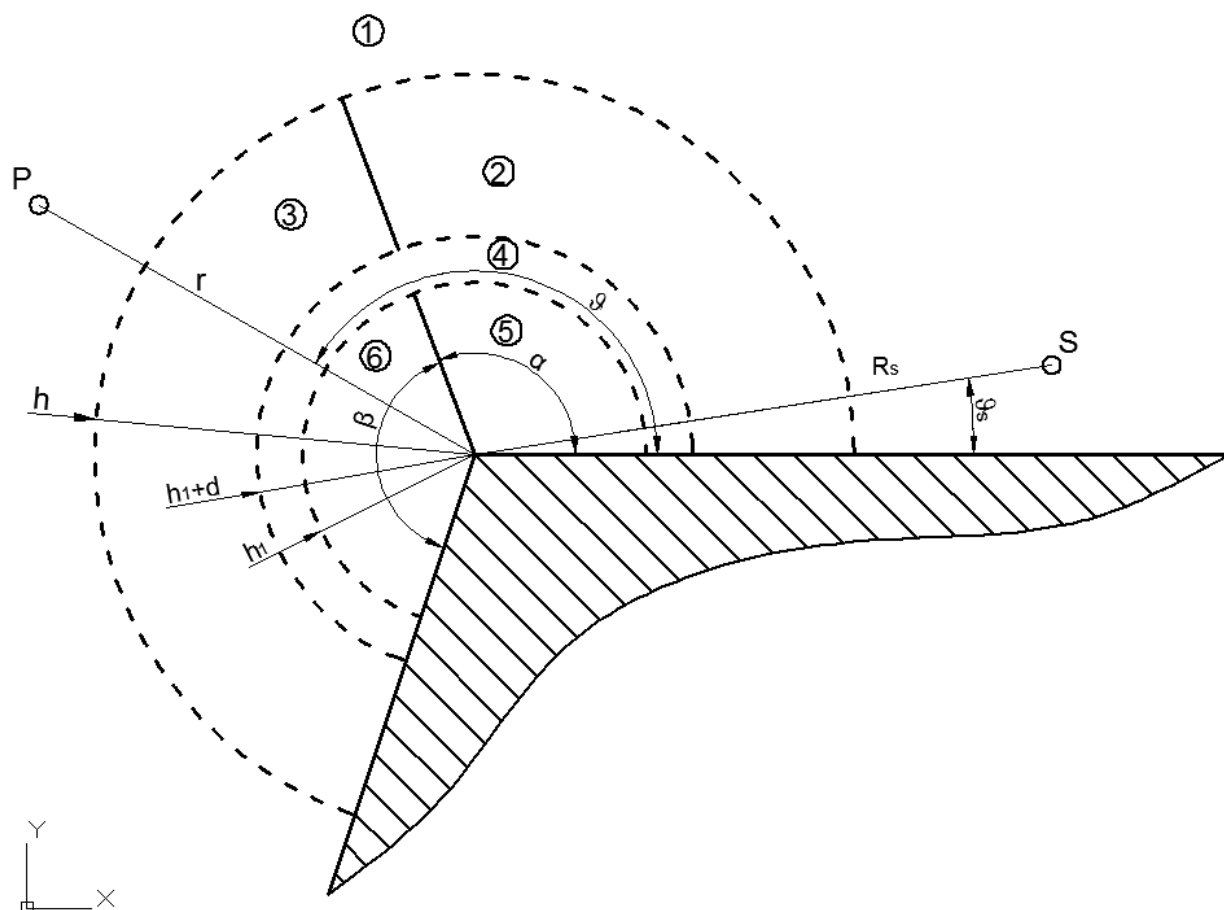


**Рисунок 3.5** – Екран з отвором в середній частині

### **3.2.1 Постановка задачі**

Дві акустично жорсткі півплощини, одна з яких горизонтальна, інша – нахилена, утворюють двогранний кут з кутом розкриття  $\alpha + \beta$ . Джерело звуку  $S$  у вигляді нескінченно довгого циліндру нескінченно малого радіусу, що працює на нульовій моді коливань та випромінює звукову хвилю і знаходиться на відстані  $R_s$  від вершини двогранного кута та під кутом  $\vartheta_s$  до горизонтальної півплощини. Під кутом  $\alpha$  до горизонтальної півплощини знаходяться дві акустично жорсткі нескінченно довгі смуги які належать одній площині, яка проходить крізь вершину двогранного кута. Відстань між смугами  $d$ . Ширина першої смуги, яка опирається на вершину двогранного кута  $h_1$ . Край іншої смуги віддалений від вершини двогранного кута на відстань  $h$ .

Необхідно знайти акустичне поле в довільній точці  $P$ , яка знаходиться на відстані  $r$  від вершини двогранного кута та під кутом  $\vartheta$  до горизонтальної півплощини. Геометрія задачі наведена на рис. 3.6.



**Рисунок 3.6** – Розрахункова геометрична модель звуковідбивного екрана з отвором по середині

### 3.2.2 Аналітичний розв'язок задачі

Поле джерела звуку, що розташоване в області 1 та форма і границі областей 1-3 є подібними до задачі, що була розглянута в п. 3.1 і тут запишемо остаточні вирази для потенціалу швидкості в цих областях:

$$\begin{aligned}
\Phi_0 + \Phi_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kr)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) + \dots \\
&+ \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \left\{ \begin{aligned} &\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right), \quad r < R_s \\ &\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kr) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kR_s) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right), \quad r \geq R_s \end{aligned} \right\}; \\
\Phi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right); \\
\Phi_3 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right). \tag{3.22}
\end{aligned}$$

#### Область 4

Область 4 має форму кільцевого сектора з внутрішнім радіусом  $h_1$  та шириною  $d$  і кутом  $\alpha + \beta$ . Границі сектора в напрямках  $\vartheta = 0$  та  $\vartheta = \alpha + \beta$  є акустично жорсткими.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} \vartheta = 0, h_1 < r \leq h_1 + d \\ \vartheta = \alpha + \beta, h_1 < r \leq h_1 + d \end{cases} \tag{3.23}$$

При цьому потенціал швидкості може бути записаний наступним чином:

$$\Phi_4 = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right); \tag{3.24}$$

#### Область 5

Область 5 має вид сектора круга радіусом  $h_1$  та кутом  $\alpha$  що включає в себе початок координат. Граничні умови мають вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} \vartheta = 0, r \leq h_1 \\ \vartheta = \alpha, r \leq h_1 \end{cases} \tag{3.25}$$

Аналогічно до області 4 в попередній задачі (п. 3.1.2) потенціал швидкості з відповідними замінами може бути записаний:

$$\Phi_5 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \quad (3.26)$$

### Область 6

Область 6 має вид сектора круга радіусом  $h_1$  та кутом  $\beta$  що включає в себе початок координат. Граничні умови мають вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta} = 0 \text{ при } \begin{cases} \vartheta = \alpha, r \leq h_1 \\ \vartheta = \alpha + \beta, r \leq h_1 \end{cases} \quad (3.27)$$

Аналогічно до області 5 потенціал швидкості з відповідними замінами може бути записаний:

$$\Phi_6 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(9)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \quad (3.28)$$

Запишемо умови спряження полів на границях:

За тиском:

$$\begin{aligned} \Phi_1 + \Phi_0 &= \Phi_2 + \Phi_3, & r &= h; \\ \Phi_4 &= \Phi_2 + \Phi_3, & r &= h_1 + d; \\ \Phi_4 &= \Phi_5 + \Phi_6, & r &= h_1. \end{aligned} \quad (3.29)$$

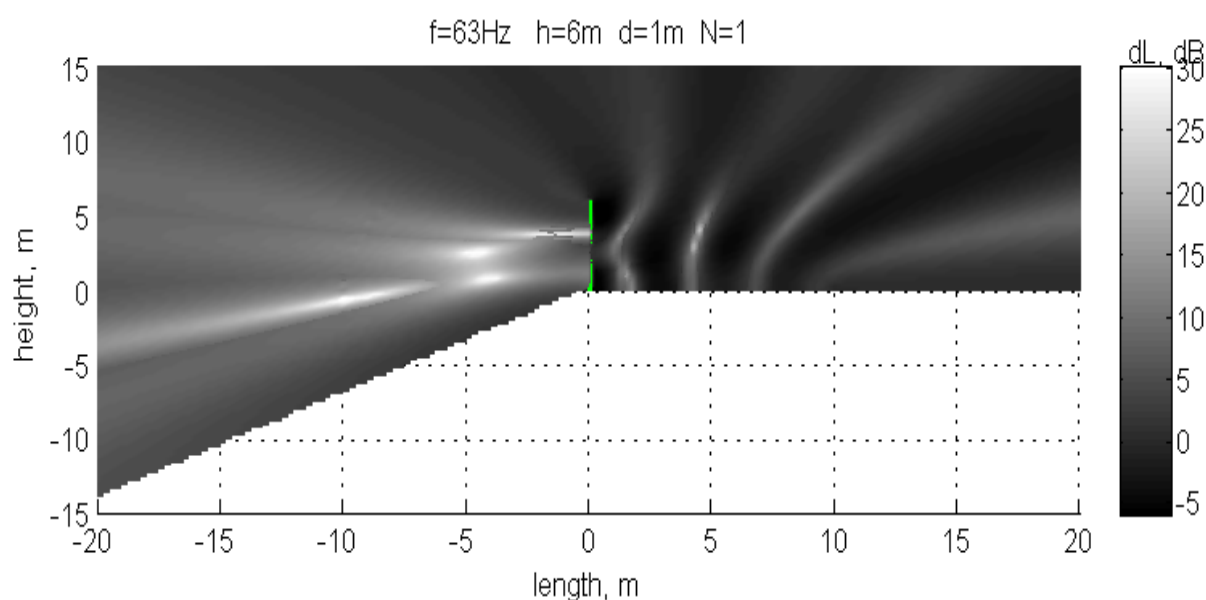
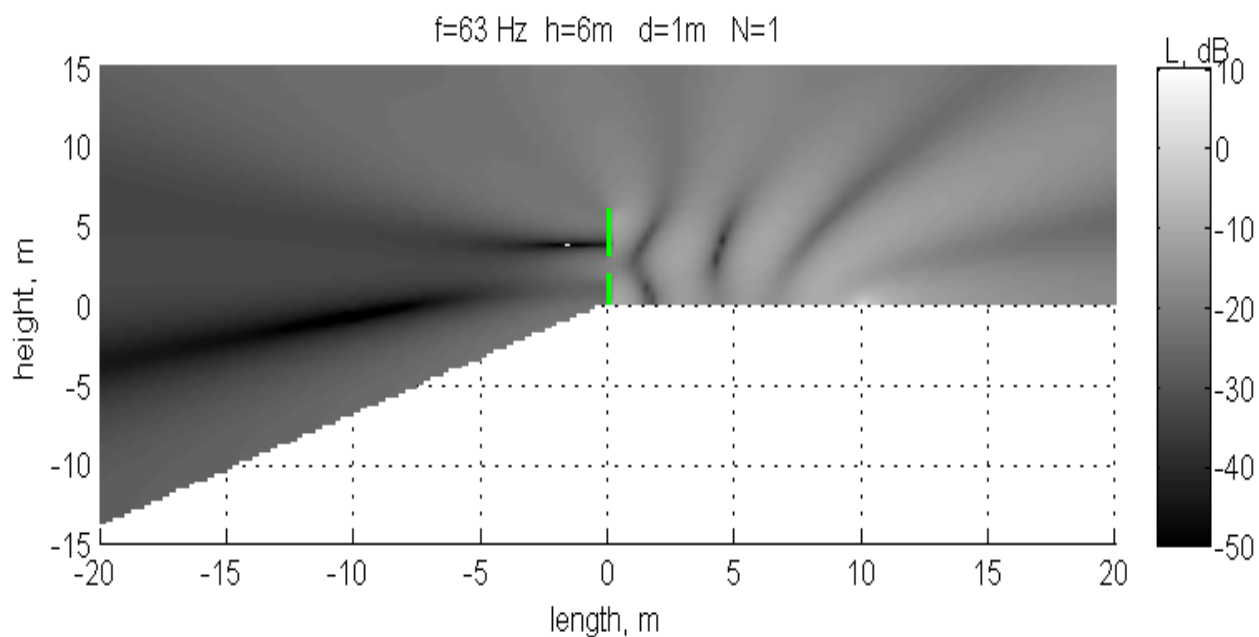
За швидкістю:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_0)}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_2}{\partial r}, & r = h, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_3}{\partial r}, & r = h, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \\
\frac{\partial\Phi_4}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_2}{\partial r}, & r = h_1 + d, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_3}{\partial r}, & r = h_1 + d, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} . \\
\frac{\partial\Phi_4}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_5}{\partial r}, & r = h_1, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_6}{\partial r}, & r = h_1, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Підставимо значення потенціалів швидкості (3.22), (3.24), (3.26) та (3.28) в умови спряження (3.29) та (3.30) і провівши операцію алгебраїзації функціональних співвідношень (див. Додаток Б) отримаємо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь (3.31) відносно невідомих коефіцієнтів  $A_m^{(1)} \dots A_m^{(9)}$ .

$$\left\{ \begin{aligned}
& \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cdot I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} \right] I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} \right] I_{3m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) I_{1m} \\
& \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} \right] I_{2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} \right] I_{3m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] I_{1m} = 0 \\
& \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh_1)} \right] I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(9)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh_1)} \right] I_{3m} = 0 \\
& \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(2)} + A_m^{(3)}] I_{2m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) I_{1m} \\
& \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(4)} + A_m^{(5)}] I_{3m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) I_{1m} \\
& \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}'(kh)} \right] I_{4m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] I_{5m} = 0 \\
& \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kd)}{J_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(kd)}{N_{\frac{\pi m}{\beta}}'(kh)} \right] I_{6m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] I_{7m} = 0 \\
& \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(8)} I_{4m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(6)} + A_m^{(7)}] I_{5m} = 0 \\
& \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(9)} I_{6m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(6)} + A_m^{(7)}] I_{7m} = 0
\end{aligned} \right. \quad (3.31)$$

де  $I_{1m} \dots I_{7m}$  те саме що і в (3.21).



**Рисунок 3.7** – Акустичне поле та ефективність акустично жорсткого екрану висотою 6 м з отвором 1 м на висоті 2 м:

а) – акустичне поле довкола екрана; б) – поле ефективності екрана

В результаті проведеного розрахунку отримано звукове поле навколо екрану з отвором в його середній частині



### 3.3 Екран з багатьма отворами

Як було показано в розділі 1 для будівництва шумозахисних екранів використовуються широкий спектр матеріалів які витримують атмосферні умови, однак в нашій країні найбільш широкого застосування знайшли екрани, що будують із сандвіч панелей типу метал-вата-метал, які виготовляють у вигляді касет шириною 0,5 - 1 м. Дані касети ставлять одну на одну і таким чином набирають необхідну висоту екрана.

Але реальне будівництво показало, що в багатьох випадках місця з'єднання однієї касети з іншою слабо герметизовані та мають щілини (рис. 3.8), яке призводить до проходження звуку крізь тіло екрана та зменшення його ефективності.



**Рисунок 3.8** - Шумозахисний екран зі щілинами. Київ.

#### 3.3.1 Постановка задачі

Дві акустично жорсткі півплощини, одна з яких горизонтальна, інша – нахилена, утворюють двогранний кут з кутом розкриття  $\alpha + \beta$ . Джерело звуку  $S$  у вигляді нескінченно довгого циліндру нескінченно малого радіусу, що працює на



$$\begin{aligned}
\Phi_0 + \Phi_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kr)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) + \dots \\
&+ \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right), & r < R_s \\ \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kr) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kR_s) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right), & r \geq R_s \end{cases}; \\
\Phi_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right); \\
\Phi_3 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right); \\
\Phi_4 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right); \tag{3.32}
\end{aligned}$$

Області 5, 6 та 7 за своєю геометрією та граничними умовами повністю ідентичні до областей 2, 3 та 4 відповідно, лише необхідно змінити  $h$  на  $h_1$ ,  $h_1$  на  $h_2$  та  $d_1$  на  $d_2$ . Тому можна записати:

$$\begin{aligned}
\Phi_5 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} + A_n^{(9)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right); \\
\Phi_6 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(10)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(11)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right); \\
\Phi_7 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(12)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_2)} + A_n^{(13)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_2)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right). \tag{3.33}
\end{aligned}$$

Для кожної наступної трійки областей потенціали швидкості записуються аналогічним чином. Так для областей  $3N-1$ ,  $3N$  та  $3N+1$  запишемо:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{3N-1} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_n^{(6N-3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right); \\
 \Phi_{3N} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-2)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N-1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kr)}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right); \\
 \Phi_{3N+1} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right).
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Акустичне поле в останніх двох областях  $3N+2$  та  $3N+3$  запишемо подібно до областей 5 та 6 з попереднього пункту:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{3N+2} &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_N)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \\
 \Phi_{3N+3} &= \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+3)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kr)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} (\vartheta - \alpha)\right)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Запишемо умови спряження полів на границях:

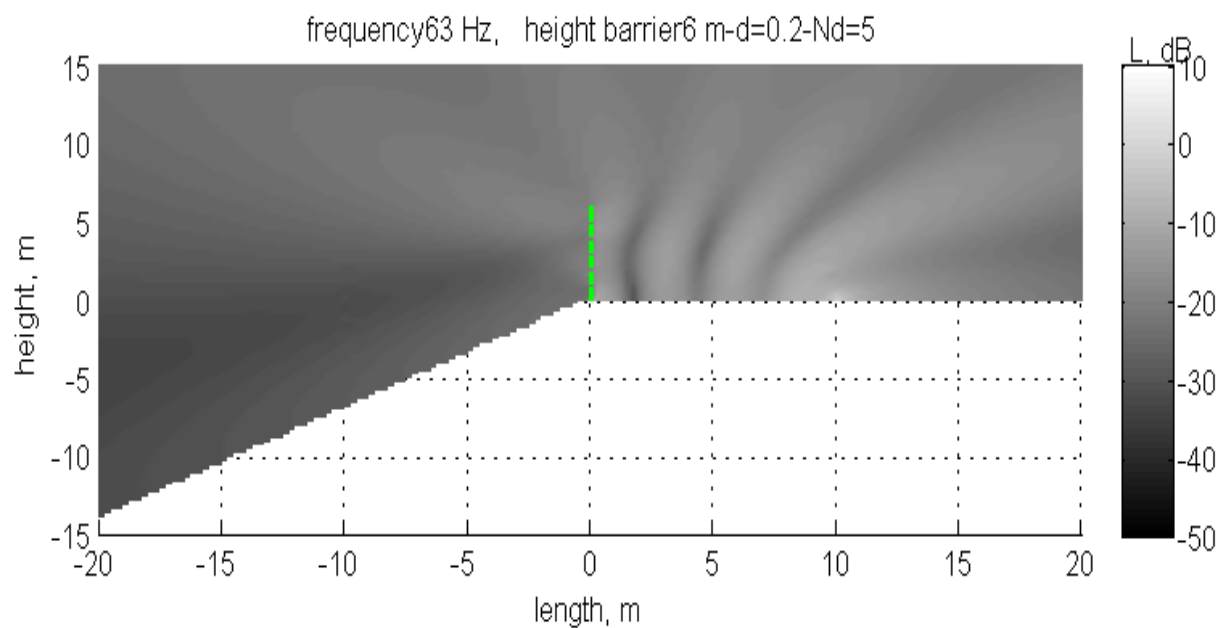
За тиском:

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 + \Phi_0 &= \Phi_2 + \Phi_3, \quad r = h; \\
 \Phi_4 &= \Phi_2 + \Phi_3, \quad r = h_1 + d_1; \\
 \Phi_4 &= \Phi_5 + \Phi_6, \quad r = h_1; \\
 &\dots\dots\dots \\
 \Phi_{3N+1} &= \Phi_{3N-1} + \Phi_{3N}, \quad r = h_N + d_N; \\
 \Phi_{3N+1} &= \Phi_{3N+2} + \Phi_{3N+3}, \quad r = h_N;
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

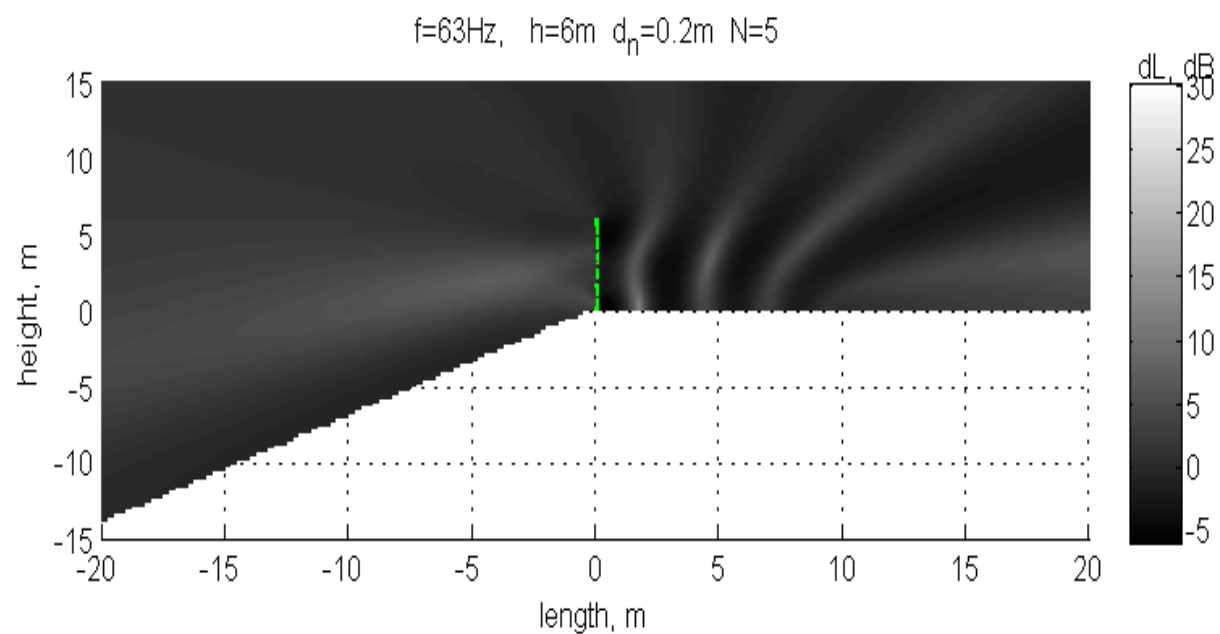
За швидкістю:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\Phi_1 + \Phi_0)}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_2}{\partial r}, & r = h, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_3}{\partial r}, & r = h, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \\
\frac{\partial\Phi_4}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_2}{\partial r}, & r = h_1 + d, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_3}{\partial r}, & r = h_1 + d, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \\
\frac{\partial\Phi_4}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_5}{\partial r}, & r = h_1, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_6}{\partial r}, & r = h_1, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{\partial\Phi_{3N+1}}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_{3N-1}}{\partial r}, & r = h_N + d_N, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_{3N}}{\partial r}, & r = h_N + d_N, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases} \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{\partial\Phi_{3N+1}}{\partial r} &= \begin{cases} \frac{\partial\Phi_{3N+2}}{\partial r}, & r = h_N, \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\ \frac{\partial\Phi_{3N+3}}{\partial r}, & r = h_N, \quad \vartheta \in [\alpha, \beta] \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Підставимо значення потенціалів швидкості (3.32) - (3.35) в умови спряження (3.36) та (3.37) і провівши операцію алгебраїзації функціональних співвідношень (див. Додаток В) отримаємо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів  $A_m^{(1)} \dots A_m^{(3N+3)}$ , що розв'язується методом редукції.



a)



б)

**Рисунок 3.10** – Акустичне поле та ефективність акустично жорсткого екрану висотою 6 м з 5-ма отворами шириною 0,2 м:

а) – акустичне поле довкола екрана; б) – поле ефективності екрана

### 3.4 Аналіз результатів розрахунків

В даному розділі було поставлено та розглянуто моделі шумозахисного екрана з отвором в тілі екрана. Отвори знаходились в різних положеннях екрана, для оцінки впливу на ефективність екрану.

В першому випадку, коли отвір знаходився внизу, в математичній моделі ми поділили поле на 4 зони (див. рис. 3.1.). Особливістю цієї моделі було саме четверте поле яке проходило від зони джерела шуму до захищаємої зони. Крізь цю щілину (геометричний отвір уздовж всього нескінченного ШЗЕ) проходила частина акустичної енергії. На рис. 3.4. представлені результати розрахунків цієї математичної моделі ШЗЕ з щілиною в його основі. Як ми бачимо, на рівні щилини, в захищаємій зоні, рівень акустичного тиску майже той самий що й біля джерела шуму, з урахуванням зниження тиску на відстані. Для наглядності роботоспроможності цієї моделі були взяті наступні геометричні розміри: висота екрану 6 метрів, висота щілини біля його основи – 1 м, частота акустичного тиску 63 Гц. Також можемо спостерігати що максимальна ефективність екрану, та найменший акустичний тиск знаходиться на рівні середині полотна ШЗЕ. Тобто можемо зробити висновок що щілина впливає на ефективність екрану, й треба намагатися встановлювати ШЗЕ без щілин. Але все одно покращення акустичної ситуації в захищаємій зоні спостерігається.

Для розрахунку можливо вибирати будь-які геометричні параметри: висота, розмір щилини у нескінченного за довжиною екрану.

В другому випадку була поставлена задача створення математичної моделі ШЗЕ з отвором посередині. Для цього усе поле було поділено на 6 областей (див. рис. 3.6). Область щілини – загальна частина поля з боку джерела шуму та захищаємій зоні. Крізь цю щілину й проходить шум. На рис. 3.7 представлені результати моделювання акустичного поля та поля ефективності ШЗЕ зі щілиною посередині. Можемо бачити що ефективність такого екрану змінилася, якщо порівнювати з екраном в першому випадку. Максимальна ефективність екрану знаходиться посередині за двома частинами екрану.

В третьому випадку розглянута узагальнена модель екрану з багатьма щілинами в тілі екрану. На рис.3.9. бачимо модель такого екрану з  $3N+3$  кількістю полів, де  $N$  – кількість щілин. Велика кількість щілин імітує екран з багатьма не щільними з'єднаннями елементів екрану. В математичній моделі можемо задавати будь які розміри щілини, від 0,01 мм й до 1 м (Додаток Г). На рис. 3.10 розглянуте акустичне поле та ефективність акустично жорсткого екрану висотою 6 м з 5-ма отворами шириною 0,2 м. Як ми можемо бачити, поле досить рівномірно, та майже однаково як в зоні з боку джерела шуму, так й поза екраном. Тобто ефективність такого екрану не дуже велика. Так як в тіло екрану дуже перфороване, то ми не бачимо найбільш ефективних зон впливу цього екрану на акустичну обстановку поза екраном.

Таким чином вперше була представлена робоча модель екранів з кінцевою звукоізоляцією. За допомогою нової моделі можна задавати характеристики властивостей матеріала екрану. Що, в свою чергу, дозволяє оцінити ефективність шумозахисних екранів з різних матеріалів, та ще більше наблизити результати розрахунків з натурними вимірюваннями.

### 3.5 Висновки до розділу 3

В даному розділі аналітично, за допомогою метода часткових областей поставлено та розв'язано три задачі, що мають своє практичне впровадження, а саме:

- знаходження ефективності екрана з отвором у його основі;
- знаходження ефективності екрана з отвором в середній частині;
- знаходження ефективності екрана з кількома отворами по його тілу.

Постановка та розв'язок даних задач вперше дала можливість оцінити ефективність шумозахисних екранів крізь, які проходить звукова енергія.

Побудований розв'язок дозволяє знаходити звукове поле довкола екрану для різних за розміром щілей, різної висоти розтішування щілини та різної кількості щілин.

За результатами проведених розрахунків було створено в середовищі Matlab комп'ютерні програми що реалізують розрахунок звукового поля з можливістю



кількисно задавати не тільки координати джерела шуму і висоту та нахил екрана, а ще й змінювати кількість елементів масиву, що дало змогу оцінити вплив кількості утримуваних рівнянь на результати розрахунку.

Практичне застосування розв'язаних задач наведене в наступному розділі.

## **4 МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ**

### **4.1 Комп'ютерне моделювання**

Останнім часом з розвитком обчислювальної техніки з'явилась можливість проводити розрахунки звукових полів числовими методами одним із таких методів який знайшов своє застосування в області акустики – метод кінцевих елементів. Даний метод використовується в програмному середовищі Comsol Multiphysics [106].

Дане програмне середовище дозволяє задавати довільну геометрію об'єкта досліджень та має широкі можливості по встановленню граничних умов та велику базу матеріалів.

Однак недоліком застосування числових методів лишається неможливість встановлення точності розрахунків. Тому для початку проведемо аналіз точності розрахунку даним методом порівнявши результати розрахунку з точним методом, що наведено в попередньому розділі.

#### ***4.1.1 Точність розрахунку методом кінцевих елементів***

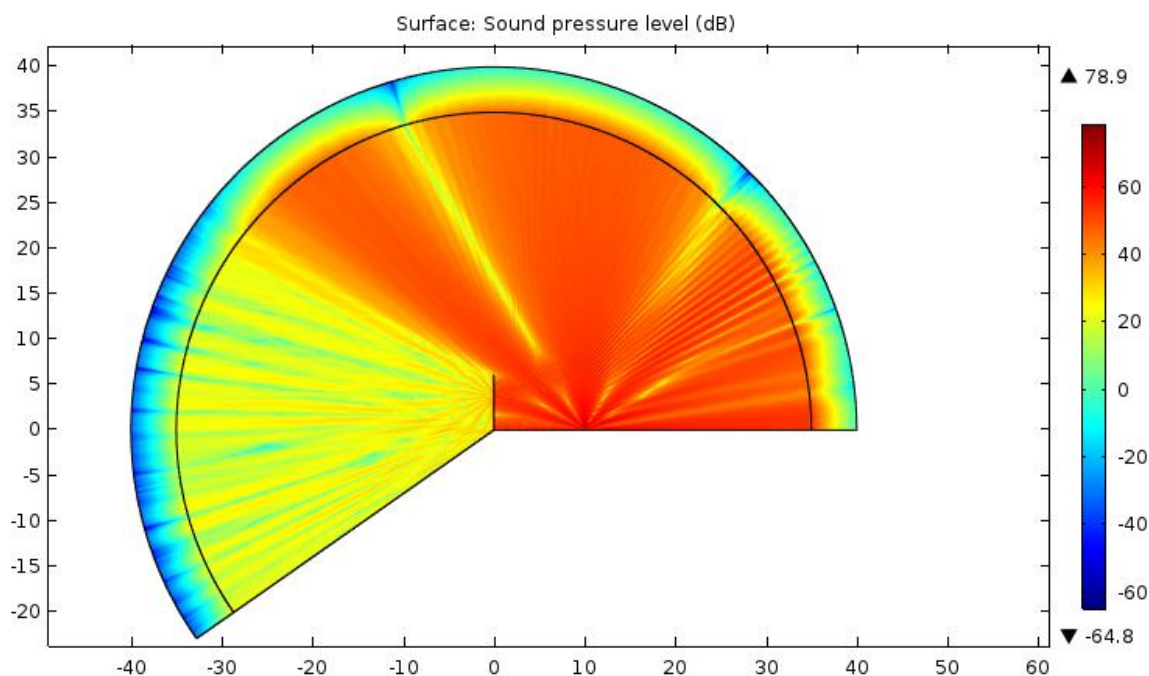
В програмному середовищі Comsol була побудована двовірна модель, що представляла собою циліндричне джерело звуку радіусом 0,01 м яке розташовано на висоті 0,5 м над горизонтальною акустичною жорсткою поверхнею (дорога). На відстані 10 м від джерела звуку розташовувався вертикальний акустично жорсткий екран висотою 6 м та товщиною 1 мм. в екрані розташовувалось 3 отвори різної ширини на висоті 1,5 м; 3,0 м та 4,5 м. За екраном була побудована акустично жорстка площина з кутом нахилу  $35^\circ$  до горизонту.

Акустичне поле обмежувалось на відстані 35 від основи екрана абсолютно поглинальним шаром шириною 5 м. Комп'ютерна модель наведена на рис .4.1.



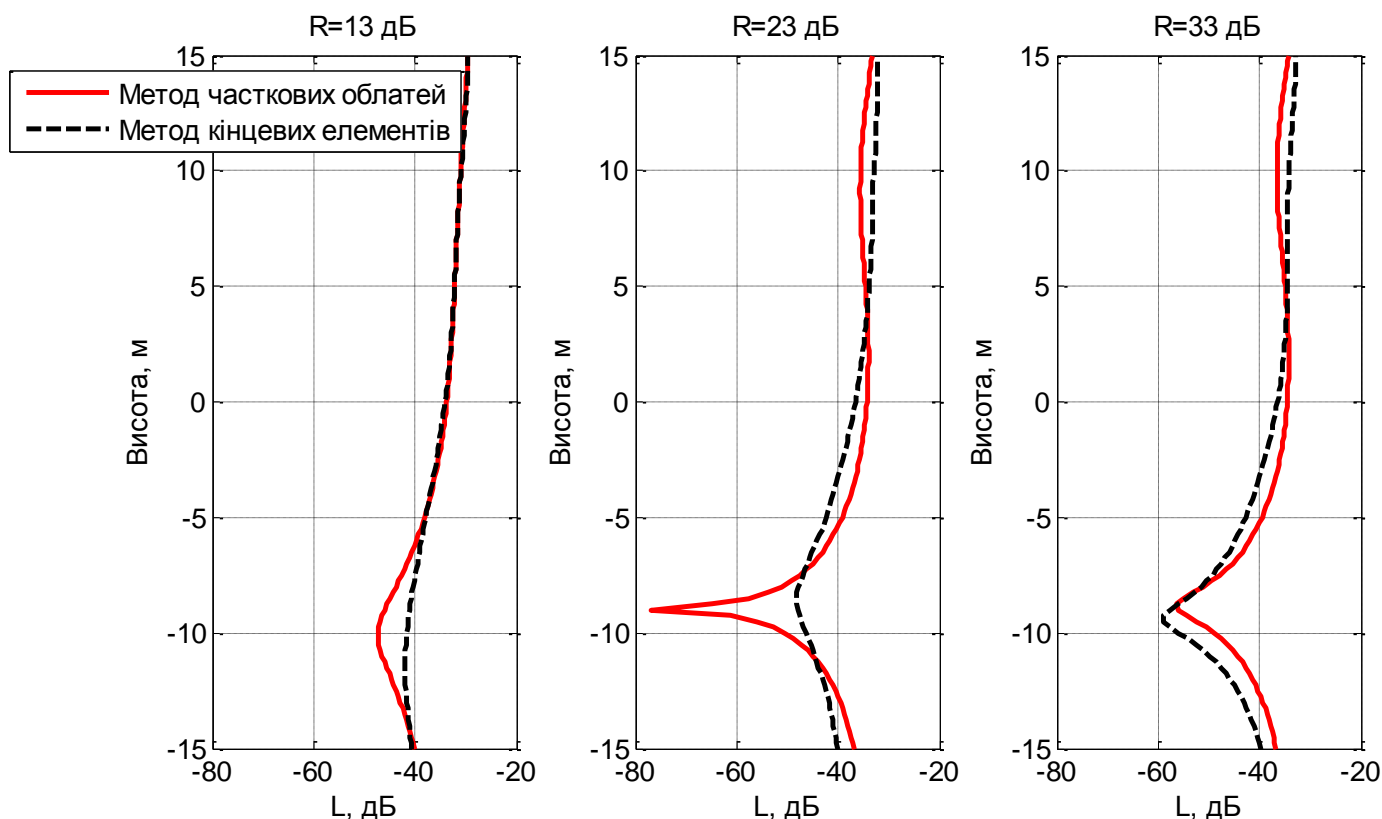
**Рисунок 4.1** – Комп'ютерна модель шумозахисного екрану з перфорацією

Дана модель дала змогу побудувати акустичне поле рівнів звукового тиску (рис. 4.2).



**Рисунок 4.2** – Акустичне поле з екраном на частоті 1000 Гц розраховане в програмі Comsol методом кінцевих елементів

Провівши відповідні розрахунки методом часткових областей (МЧО) та методом кінцевих елементів (МКЕ) були побудовані (рис. 4.3) залежності рівнів звукового тиску від висоти розрахункової точки на відстані 30 м від екрану за різних звукоізоляцій.



**Рисунок 4.3** – Рівні звукового тиску на відстані 30 м за екраном на частоті 63 Гц

Як видно із залежностей метод кінцевих елементів в діапазоні  $-8$  м +  $15$  м має досить незначні, до  $\pm 4$  дБ і лише в інтерференційній області розбіжність в значеннях рівнів звуку є більш суттєві.

Тож можна зробити висновок що, для швидкого аналізу акустичних процесів можна скористатися програмним забезпеченням, що використовує метод кінцевих елементів, а для більш точних результатів доцільно будувати аналітичне рішення з використанням, наприклад, метода часткових областей.

## 4.2 Передумови до аналізу результатів математичного моделювання

### 4.2.1 Звукоізоляція шумозахисних екранів

Відповідно до чинних нормативних документів власна звукоізоляція огорожувальних конструкцій є десять десяткових логарифмів відношення інтенсивності звукових хвиль, які падають на огорожувальну конструкцію, до інтенсивності звукових хвиль, що пройшли крізь цю конструкцію за умови відсутності обхідних шляхів передачі звуку.

Результуючу ізоляцію повітряного шуму  $R_{\text{рез}}$ , дБ, огорожувальної конструкції, яка складається із кількох елементів з різною звукоізоляцією (наприклад, стіна з вікном, дверима, відкритим прорізом тощо), визначають за формулою 4.1 [25]:

$$R'_{\text{рез}} = -10 \lg \left( \frac{1}{S_K} \sum_{i=1}^m S_i \cdot 10^{-0,1 R'_i} \right) \quad (4.1)$$

де  $S_K$  загальна площа складеної огорожувальної конструкції, м<sup>2</sup>;

$S_i$  – площа  $i$ -го елемента складеної огорожувальної конструкції, м<sup>2</sup>;

$R'_i$  – ізоляція повітряного шуму  $i$ -им елементом складеної огорожувальної конструкції, дБ;

$m$  – кількість елементів складеної огорожувальної конструкції з різною звукоізоляцією.

Відповідно до (4.1) шумозахисний екран зі щілиною можна розглядати як екран з кінцевою звукоізоляцією. Акустично жорстка частина екрану має звукоізоляцію  $R_{\text{а.ж}} \rightarrow \infty$ , щілина в екрані має звукоізоляцію  $R_{\text{щ}} = 0$ , тоді звукоізоляція екрану зі щілиною визначається виключно висотою екрана та сумарним розміром щілин в екрані:

$$R_{\text{екр.щ}} = 10 \lg \left( \frac{h_{\text{екр}}}{h_{\text{щ}}} \right), \quad (4.2)$$

де  $h_{\text{екр}}$  - висота екрану, м;

$h_{\text{щ}}$  - сумарна ширина (висота) всіх щілин екрану, м.

#### **4.2.2 Тональне та шумове джерело**

Відомо [107-109], що транспортний потік випромінює шумовий сигнал з неперервним спектром і тому проведення аналізу звукових полів для тональних сигналів є не досить коректним. Відповідно до нормативних документів [75, 110], розрахунок рівнів звукового тиску та аналіз ефективності засобів зниження шуму, якими є шумозахисні екрани проводиться в октавних смугах частот.

Тому для наближення математичної моделі до реальної ситуації необхідно переходити до шумового сигналу. Акустичне поле шумового сигналу можливо отримати шляхом додавання енергетичних параметрів звуку тональних сигналів з близькими частотами.

Шляхом проведення числового експерименту встановлено, що при додаванні 15 гармонік що, рівномірно (за «геометричним» законом) розподілені в одній октавній смузі частот вдається отримати звукове поле, яке за своїми характеристиками наближається до поля шумового сигналу в октавній смузі частот.

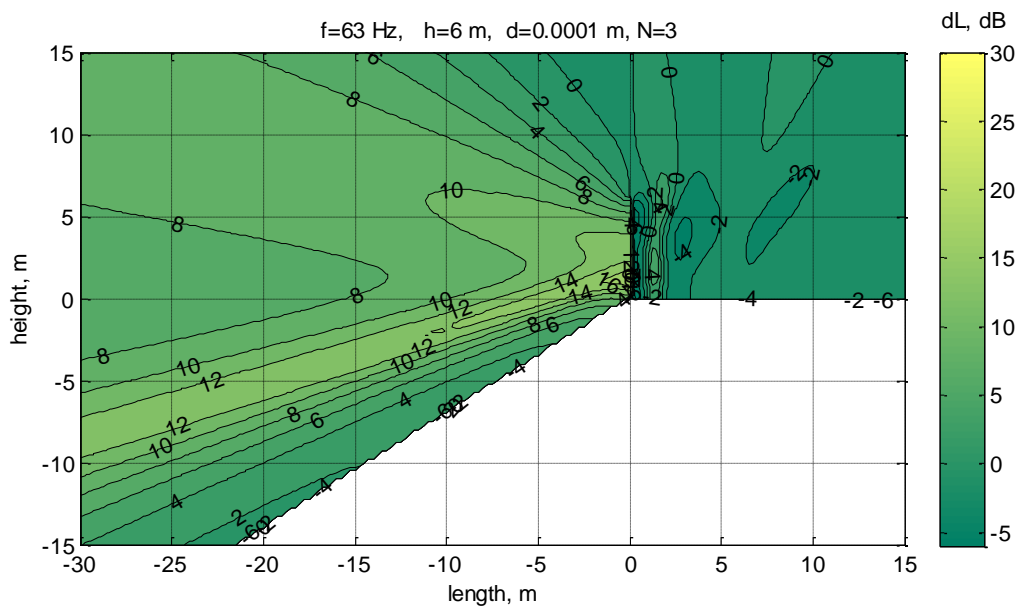
#### **4.3 Аналіз результатів математичного моделювання**

В попередньому розділі було проведено математичне моделювання звукового поля довкола екрана зі щілиною. З результатами такого моделювання була побудована комп'ютерна програма в програмному середовищі Matlab [111], що дозволила провести розрахунки за виведеними залежностями та отримати звукові поля.

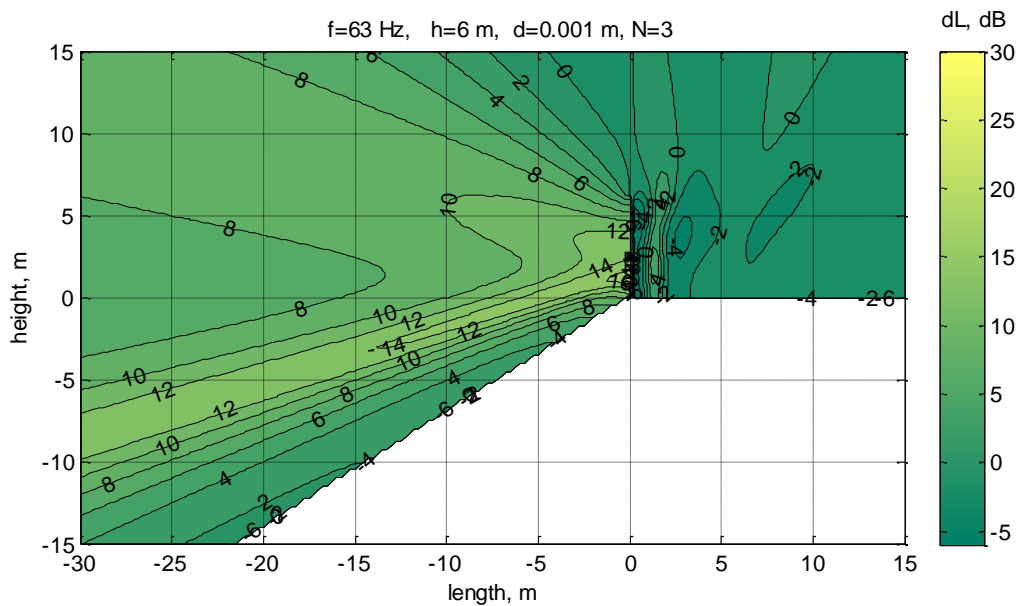
Аналіз результатів математичного моделювання буде проводитись з урахуванням виразу (4.2), що пов'язує розмір щілин та екрану із власною звукоізоляцією екрана та за додаванням звукових полів на 15 частотах, що розподілені в одній октавній смузі частот, які дозволяють побудувати поле шумового сигналу в октавній смузі частот.

На рисунках 4.4-4.5 наведені поля акустичної ефективності вертикального шумозахисного екрану висотою 6 м за різних розмірів щілин в октавній смузі частот з середньгеометричними частотами 63 Гц (рис. 4.4 а-д) та 250 Гц (рис. 4.5 а-д). Кут нахилу до горизонту акустично жорсткої площини за екраном становить 35°.

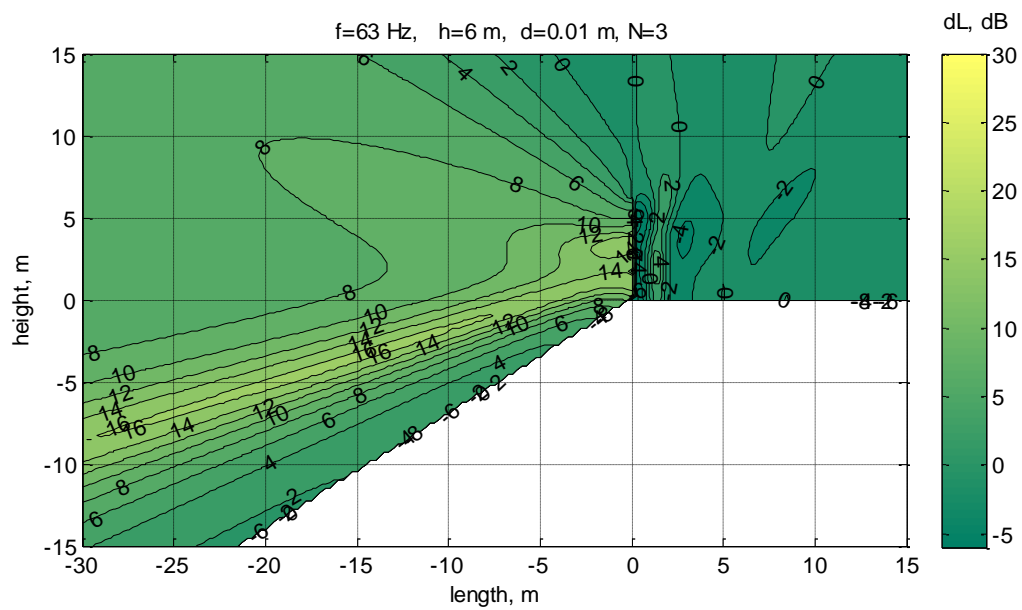
Джерело шуму розташоване на відстані 7,5 м від екрану на висоті 0,5 м від площини дороги. Така висота екрану відповідає рекомендаціям до розрахунку звукового поля транспортних потоків згідно ДСТУ.



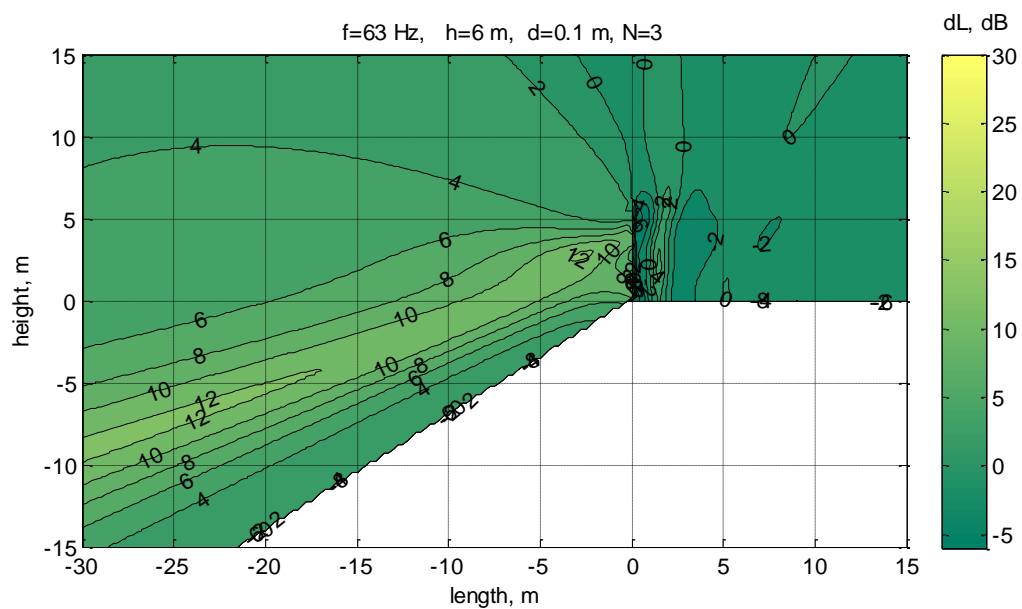
a)



б)

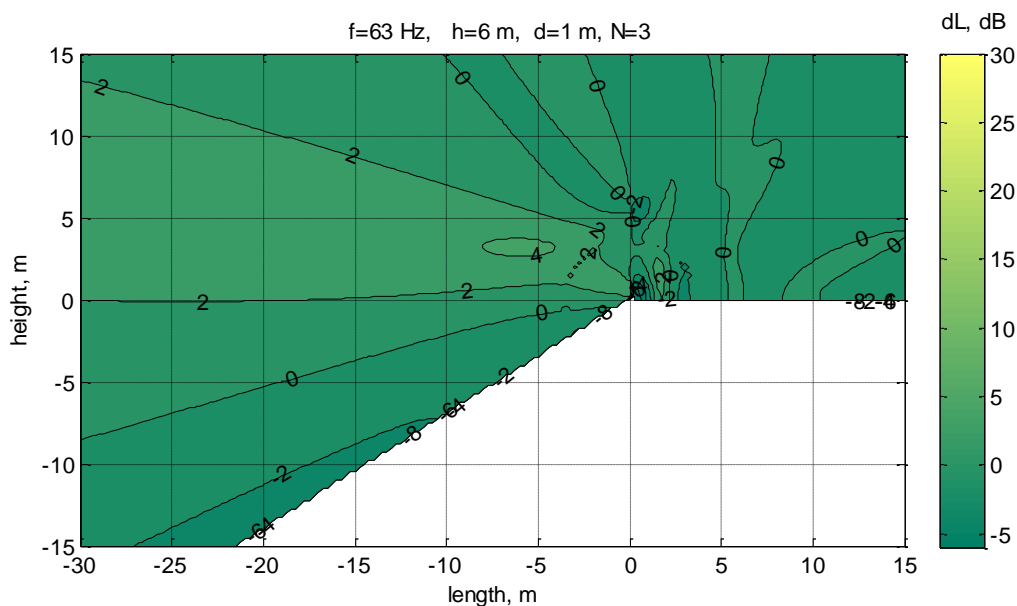


B)



Г)





д)

**Рисунок 4.4** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

(а –  $R=43$  дБ; б –  $R=33$  дБ; в –  $R=23$  дБ; г –  $R=13$  дБ; д –  $R=3$  дБ )

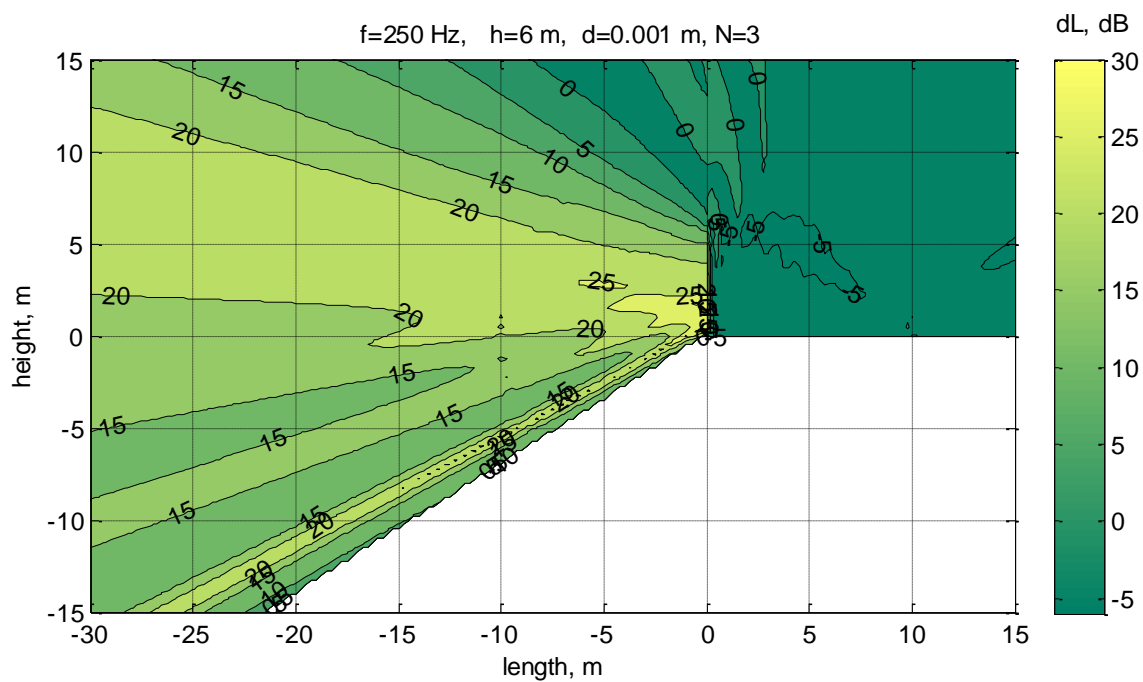
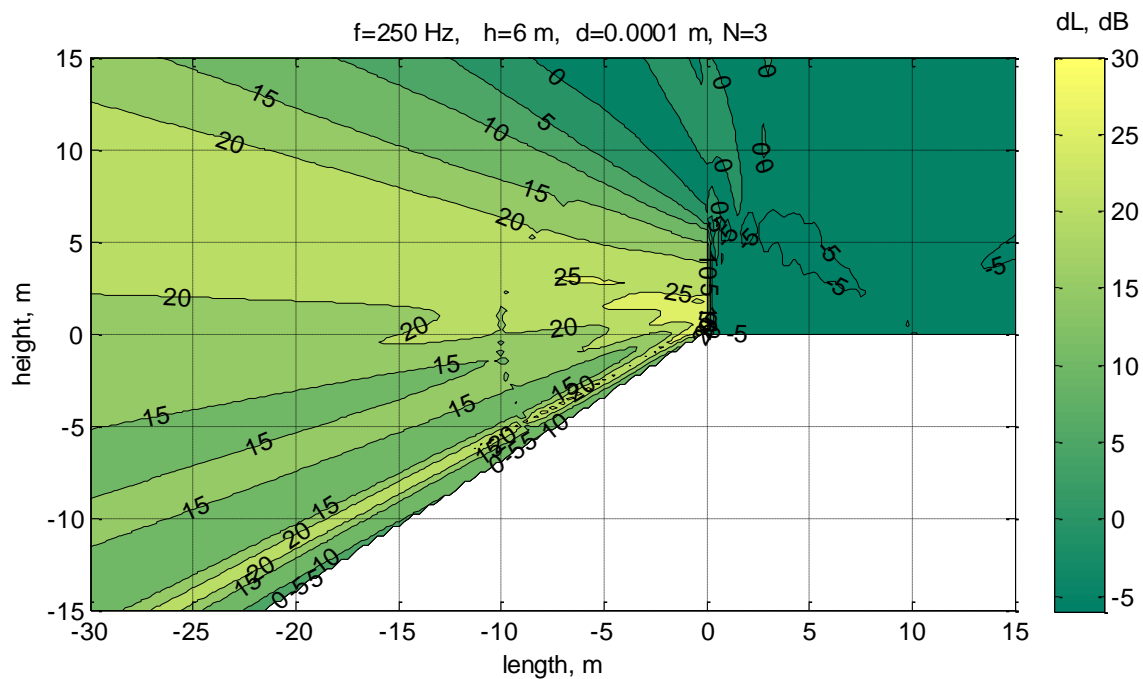
Як бачимо, розмір щилини значно впливає на ефективність екрану. Порівняння проводилось на однаковій частоті 63 Гц. На рис.4.4.а) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 0,1 мм. Згідно з формулою 4.2 Звукоізоляція такого екрану дорівнює 43 дБ, а його ефективність досягає 12 дБ.

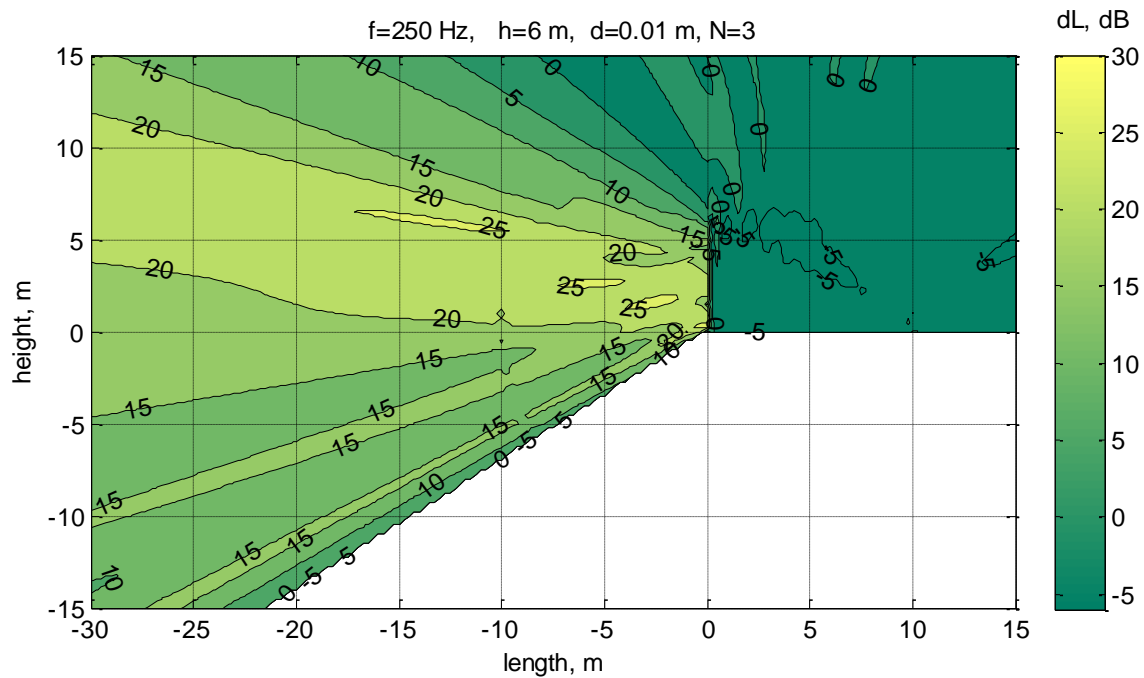
На рис.4.4.б) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 1 мм. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 33 дБ, а його ефективність досягає 12 дБ.

На рис.4.4.в) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 1 см. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 23 дБ, а його ефективність досягає всередньому не більше 10 дБ.

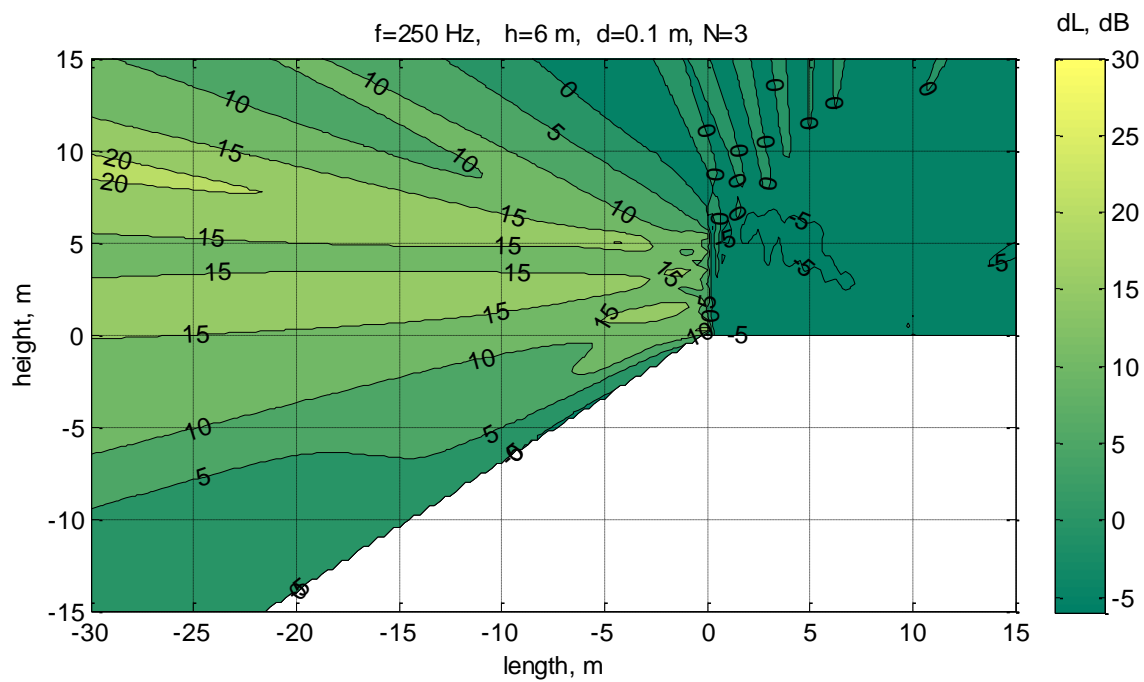
На рис.4.4.г) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 10 см. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 13 дБ, а його ефективність досягає всередньому 6 дБ.

На рис.4.4.д) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 1 м. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 3 дБ, а його ефективність досягає лише 2 дБ.

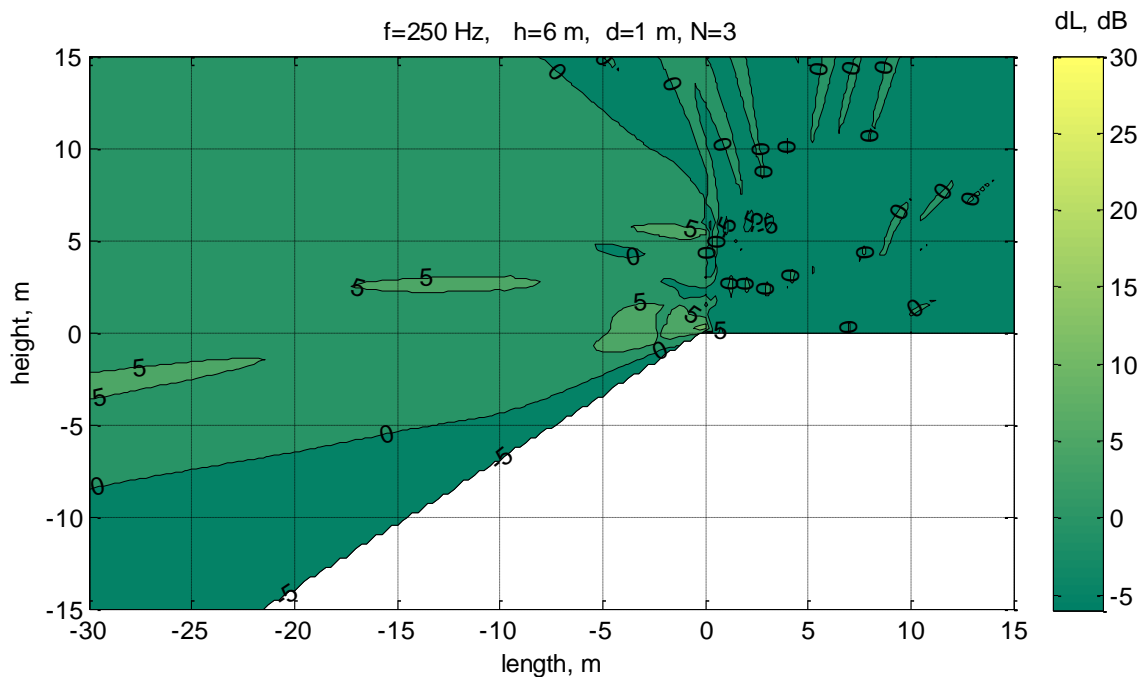




B)



r)



д)

**Рисунок 4.5** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 250 Гц

(а –  $R=43$  дБ; б –  $R=33$  дБ; в –  $R=23$  дБ; г –  $R=13$  дБ; д –  $R=3$  дБ )

Як бачимо, розмір щилини значно впливає на ефективність екрану. Порівняння проводилось на однаковій частоті 250 Гц. Та як можемо бачити, ефективність ШЗЕ є вищої на вищій частоті.

На рис.4.5.а) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 0,1 мм. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює 43 дБ, а його ефективність досягає подекуди 20-25 дБ.

На рис.4.5.б) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 1 мм. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 33 дБ, а його ефективність досягає 20-25 дБ.

На рис.4.5.в) відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 1 см. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 23 дБ, а його ефективність досягає всередньому не більше подекуди 18-20 дБ.

На рис.4.5,г відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 10 см. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 13 дБ, а його ефективність досягає всередньому 15 дБ.

На рис.4.5,д відображено поле ефективності екрану, висотою 6 м, з 3 щилинами, розміром 1 м. Згідно з формулою 4.2 звукоізоляція такого екрану дорівнює вже 3 дБ, а його ефективність досягає лише 5 дБ.

Результати математичного моделювання показують що поле ефективності шумозахисного екрану з кінцевою звукоізоляцією є складним за функціональною залежністю. Ефективність екрана збільшується зі зменшенням висоти розрахункової точки за екраном, що в цілому підтверджує результати які були отримані раніше [116]. Існує зона максимальної ефективності екрана яка для різних частот має різну локалізацію, може бути як вище так і нижче рівня дороги. Однак найбільший інтерес викликає вплив власної звукоізоляції екрана на його ефективність.

Як показують, результати розрахунку, ефективність екрану не змінюється при зменшенні власної звукоізоляції з 43 дБ до 33 дБ, однак починає змінюватися при подальшому зменшенні звукоізоляції.

В октавній смузі із середньгеометричною частотою 63 Гц при звукоізоляції 23 дБ зона з великою (більше 8 дБ) ефективністю звукується однак максимальне значення звукоізоляції збільшується до 16 дБ, що можна пояснити інтерференцією звуку який проходить крізь тіло екрану та огинає екран через верхню кромку, така інтерференція значно слабша для шумових сигналів ніж та, що спостерігається для тональних сигналів (рис. 4.2).

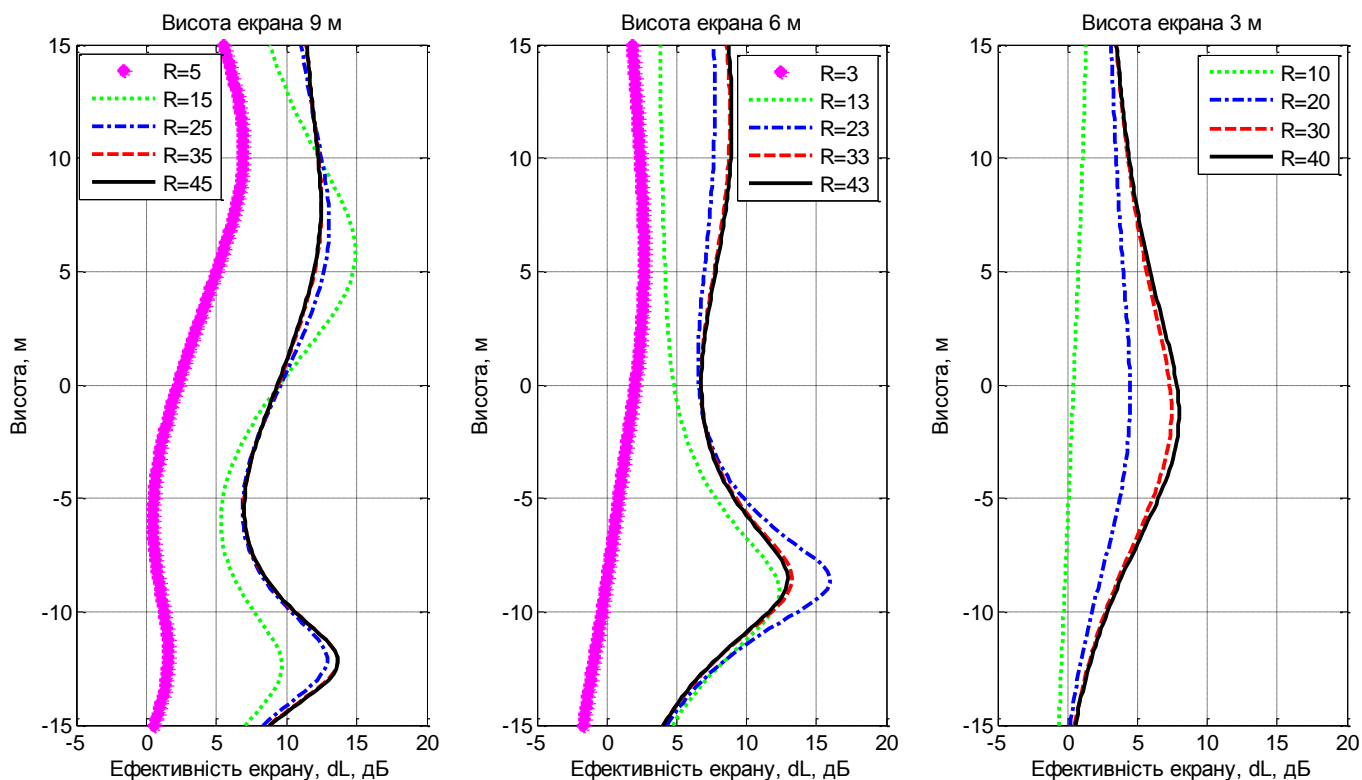
При подальшому зменшенні власної звукоізоляції екрану ефективність екрану різко зменшується.

Для шумового сигналу в октавній смузі зі середньгеометричною частотою 250 Гц при звукоізоляції 23 дБ розрахункова ефективність екрану мало змінюється (до 1 дБ) в порівнянні з ефективністю екрана зі звукоізоляцією 33 дБ чи 43 дБ, однак при подальшому зниженні звукоізоляції ефективність екрану також різко знижується і максимальне значення ефективності корелюється з його власною звукоізоляцією.

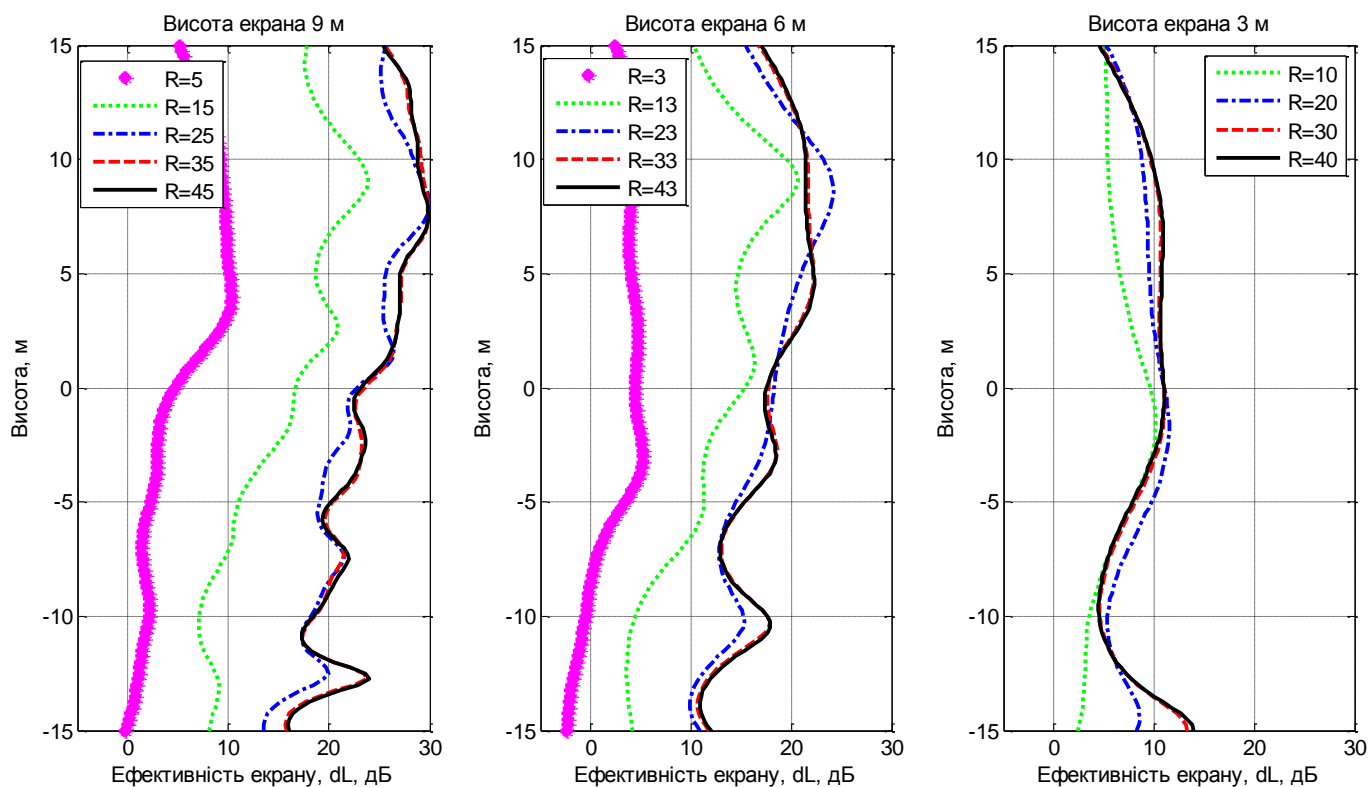
#### 4.4 Взаємозв'язок між ефективністю екрана та звукоізоляцією

Для більш детального дослідження впливу звукоізоляції на ефективність екрана за допомогою метода часткових областей були розраховані поля акустичної ефективності вертикальних екранів висотою 3 м, 6 м та 9 м з різною звукоізоляцією (додаток Г).

За отриманими значеннями були побудовані графіки ефективності екрана на відстані 30 м за різних висот екрану та частот шуму. (рис. 4.6).



a)



б)

**Рисунок 4.6** – Вплив звукоізоляції екрана на його висоту за різних висот екрану та частоти звуку: а) – 63 Гц; б) – 250 Гц

Як видно з графіків ефективність наближається до самого максимального значення коли звукоізоляція екрану становить близько 30дБ. При звукоізоляції екрану в 43 дБ, ефективність екрану не поліпшується. При власній звукоізоляції екрану меншою ніж 30 дБ, більш впливовим параметром є висота екрану. Тобто для екрану висотою 3 м не дуже впливовим параметром на ефективність екрану є власна звукоізоляція. При збільшенні висоти екрану його ефективність зростає, та збільшується вплив власної звукоізоляції.

Це також підтверджується результатами комп'ютерного моделювання проведеного в 2 розділі (рис.2.12 – 2.16).

З цих розрахунків можна зробити два практичних висновка, які також треба додати до діючих нормативних актів в області захисту від шуму за допомогою ШЗЕ.

По-перше, для вибору матеріалів шумозахисних екранів не потрібно вибирати матеріали або конструкції із власною звукоізоляцією більші ніж 33 дБ. Тобто можна

вибирати більш дешевий або легкий матеріал, та встановити належної висоти – досягти максимальної ефективності.

По-друге: для екранів заввишки 3 метра, майже нема різниці який матеріал вибирати. Все однакове малоефективне. Тобто йще один доказ важливості вибору правильних геометричних та фізичних параметрів для досягнення максимальної ефективності екрану.

#### **4.5 Натурні експериментальні дослідження**

##### ***4.5.1 Дарницький міст. Загальна характеристика об'єкту досліджень та методика проведення вимірювань***

Експериментальні дослідження шумозахисного екрану проводився в м. Києві між вул. Тепловозною та Дарницьким шосе.

Вздовж Дарницького шосе, що має по три смуги руху автотранспорту в обидва боки, з одного боку від шосе на відстані 3 – 4 м розташований шумозахисний екран висотою 4 м та довжиною 165 м. Схема взаємного розташування джерела шуму, шумозахисного екрана та вимірювальних точок наведена на рис. 4.7.

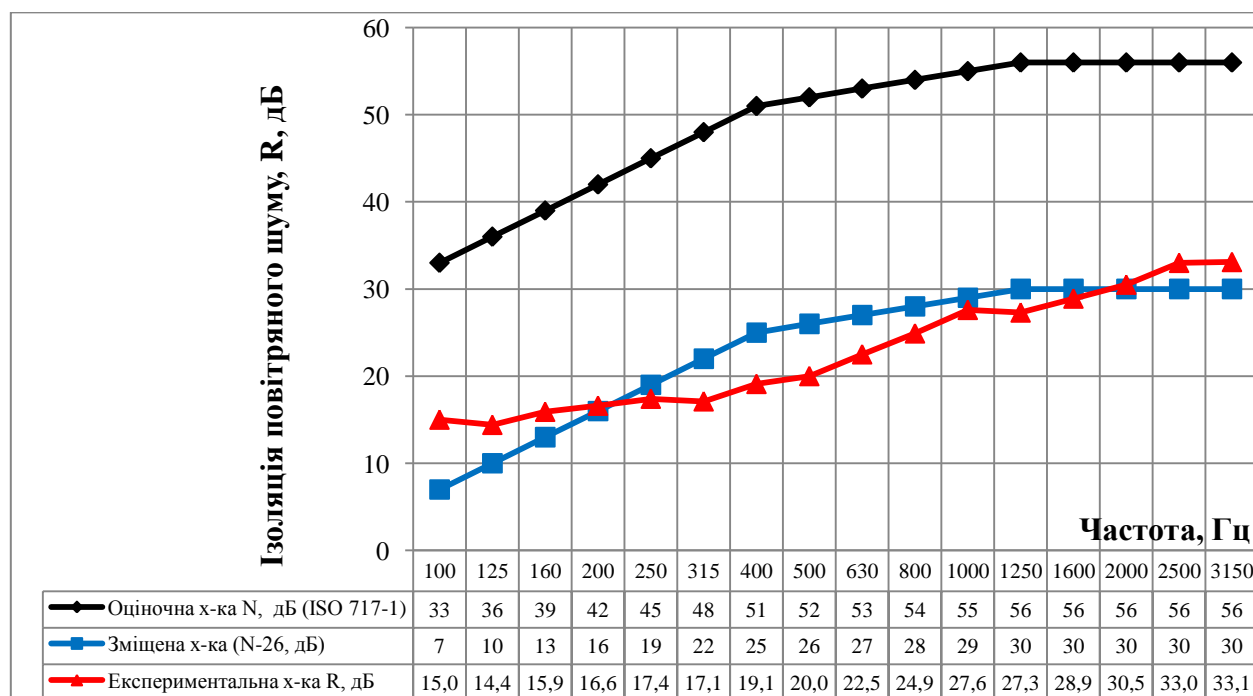
Екран побудовано у вигляді вертикальної стінки нижня частина екрана висотою 1 м та верхня частина (1 м до верхньої кромки) виконані із металевої сандвіч-панелі з перфорацією передньої стінки (рис. 4.8). Середня частина екрана шириною 2 м виконана світлопрозорою із монолітного полікарбонату товщиною 4 мм





**Рисунок 4.8** – Вимірювання ефективності шумозахисного екрана

Експериментальна частотна характеристика звукоізоляції світлопрозорої частини екрана, що була проведена в лабораторних умовах у відповідності зі стандартною методикою [112, 113] наведена на рис. 4.9.



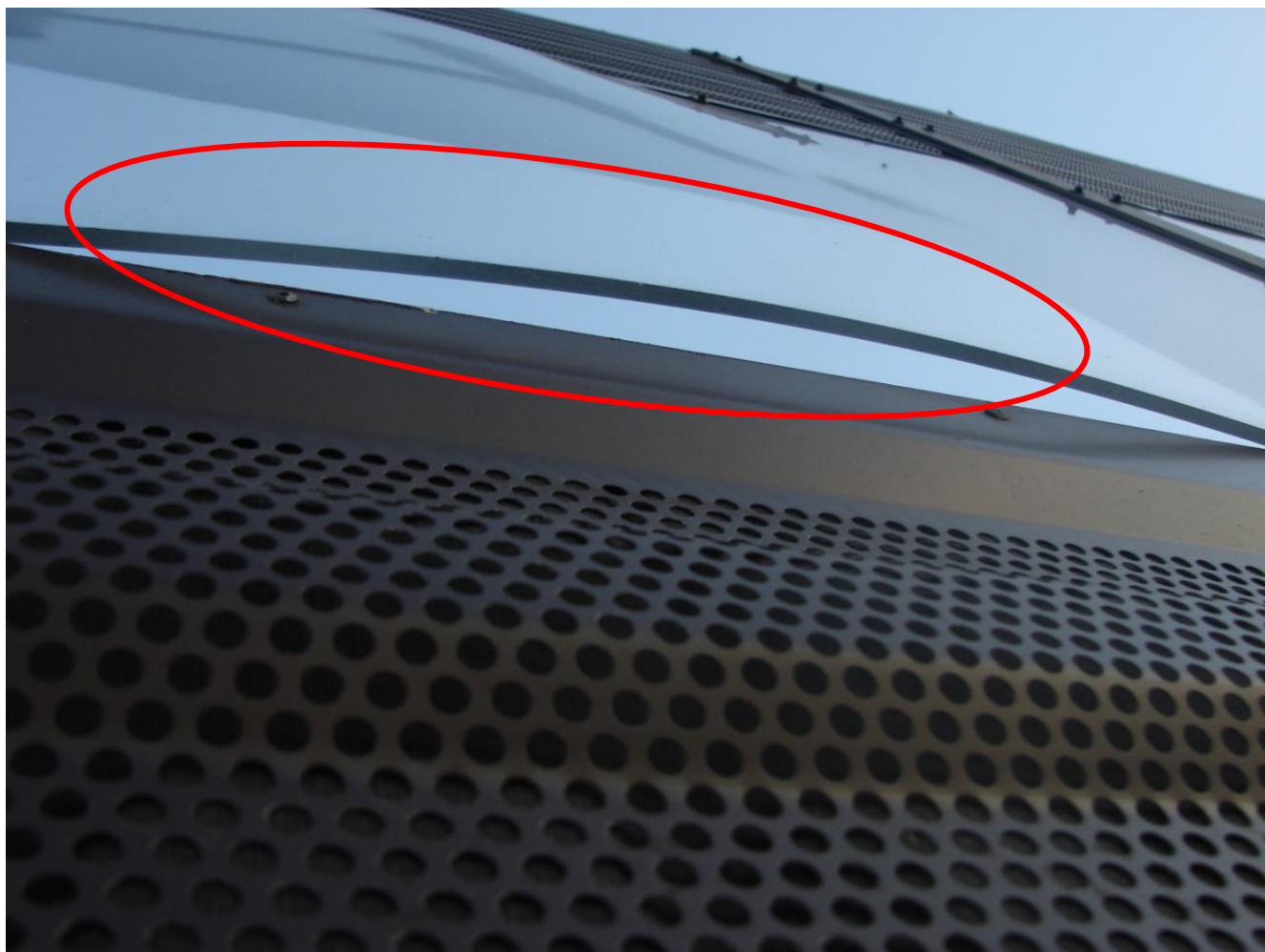
**Рисунок 4.9** – Звукоізоляція шумозахисного екрана, виготовленого із полікарбонату

Даний екран побудовано з помилками при проектуванні та будівництві, що призвели до зменшення його звукоізолювальних властивостей. До явних недоліків екрана можна віднести:

- наявність щілини шириною 25-30 см в нижній частині екрана (рис. 4.10,а);
- щілини між глухою та світлопрозорою частиною екрана в наслідок температурних деформацій світлопрозорої частини (рис. 4.10,б);
- слабкою звукоізоляцією світлопрозорої частини екрана в області низьких частот (63-250 Гц) (рис. 4.9).



а)



б)

**Рисунок 4.10** – Недоліки шумозахисного екрану

а) – щілини в нижній частині екрану: б) – щілини в середній частині екрану

Вимірювання ефективності екрана проводилося в точках на відстані 5 м, 10 м та 15 м на висоті 3 м нижче рівня дороги відповідно до чинних нормативних документів на методи вимірювання рівнів звукового тиску на сельбищній території [114] та шумових характеристик транспортних потоків [77].

#### **4.5.2 Результати вимірювань**

Ефективність екрану оцінювалась різницею рівнів звукового тиску від однієї і тієї ж автодороги без екрану та з екраном. Результати натурних вимірювань наведені в табл. 4.1.

**Таблиця 4.1.** Результати натурного експерименту

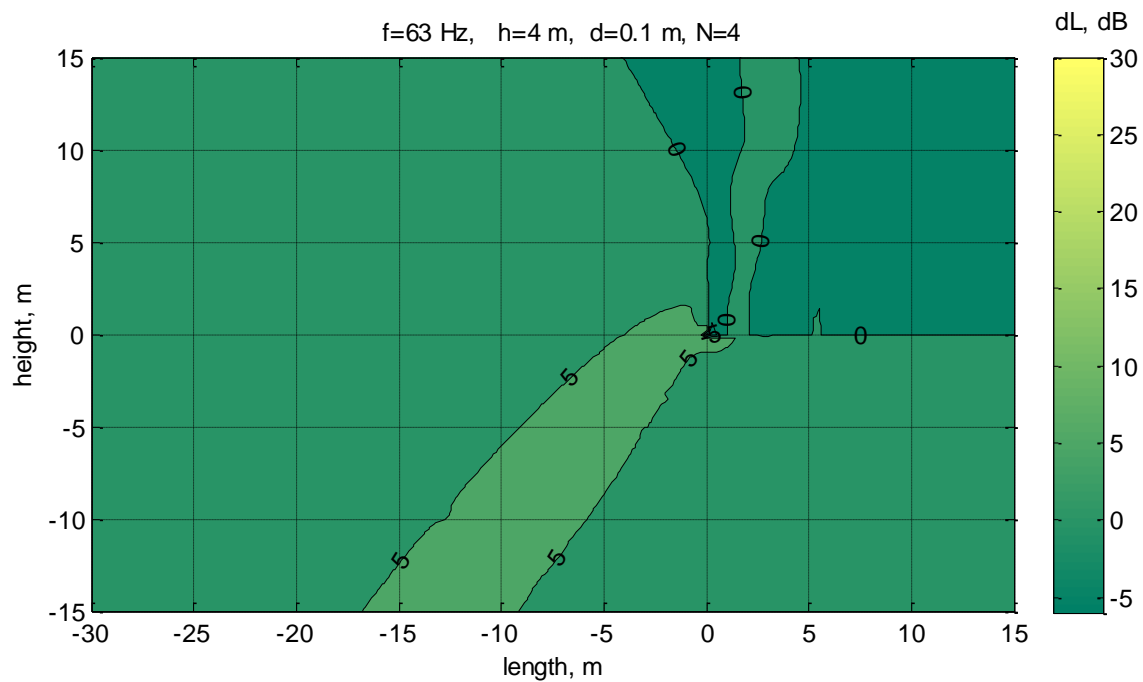
Висота вимірювальної точки	Відстань до екрана, м	Ефективність шумозахисного екрана в октавних смугах частот із середньо геометричною частотою, Гц						
		63	125	250	500	1000	2000	4000
-3	5	5,4	2,7	5,3	2,9	4,2	6,7	6,2
	10	3,7	3,3	7,4	6,7	5,9	6,9	6,3
	15	3,0	4,9	6,6	7,1	6,6	8,4	7,3

Для оцінки точності запропонованого аналітичного методу розрахунку екранів зі щілинами було побудовано математичну модель автодороги з екраном яка складалася з чотирьох циліндричних джерел звуку які розташовувалися на висоті 0,5 м від акустично жорсткої поверхні дороги на відстані 6 м, 9 м, 13 м та 16 м від екрану висотою 4 м та чотирма щілинами по 10 см кожна. Таким чином розрахункова ізоляція становила 10 дБ. Що цілком відповідала дійсності (див рис. 4.9). Для того щоб зменшити акустичний вплив поверхні за екраном (в натурному експерименті, поверхня землі була вкрита травою та дрібними кущами) математична модель була розрахована без поверхні за екраном.

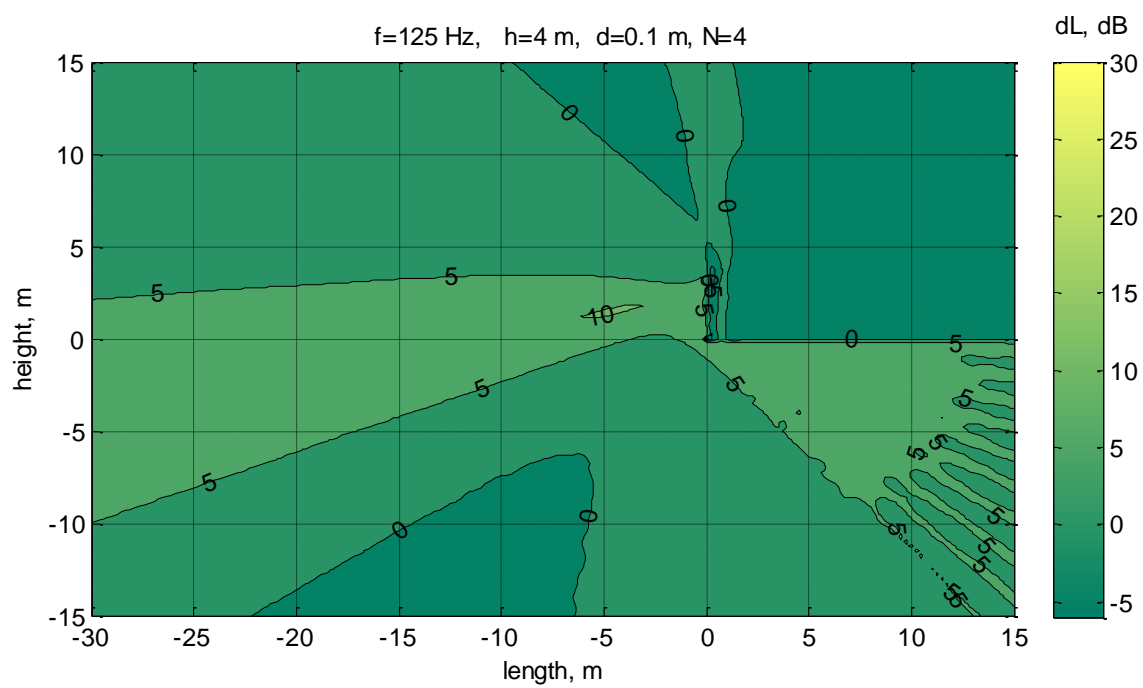
Результати розрахунку ефективності екрану в октавних смугах з середньо геометричними частотами 63 – 500 Гц наведено на рис. 4.11 а- г.

Порівняння результатів натурних вимірювань та розрахунків проілюстровано на рис. 4.12.

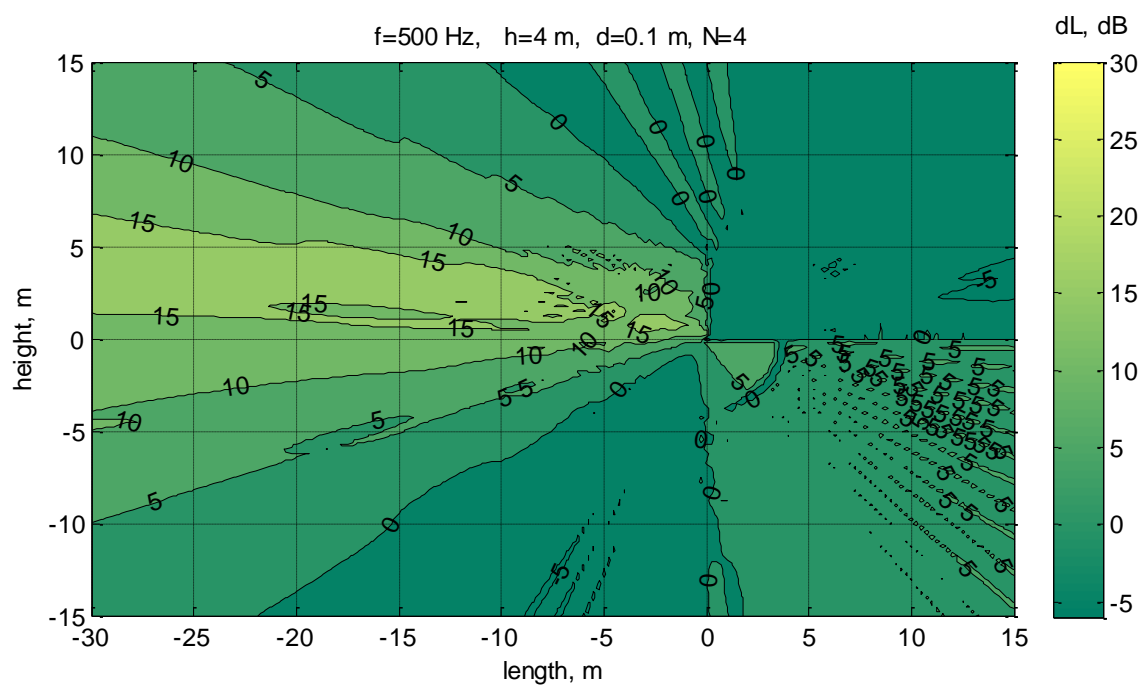
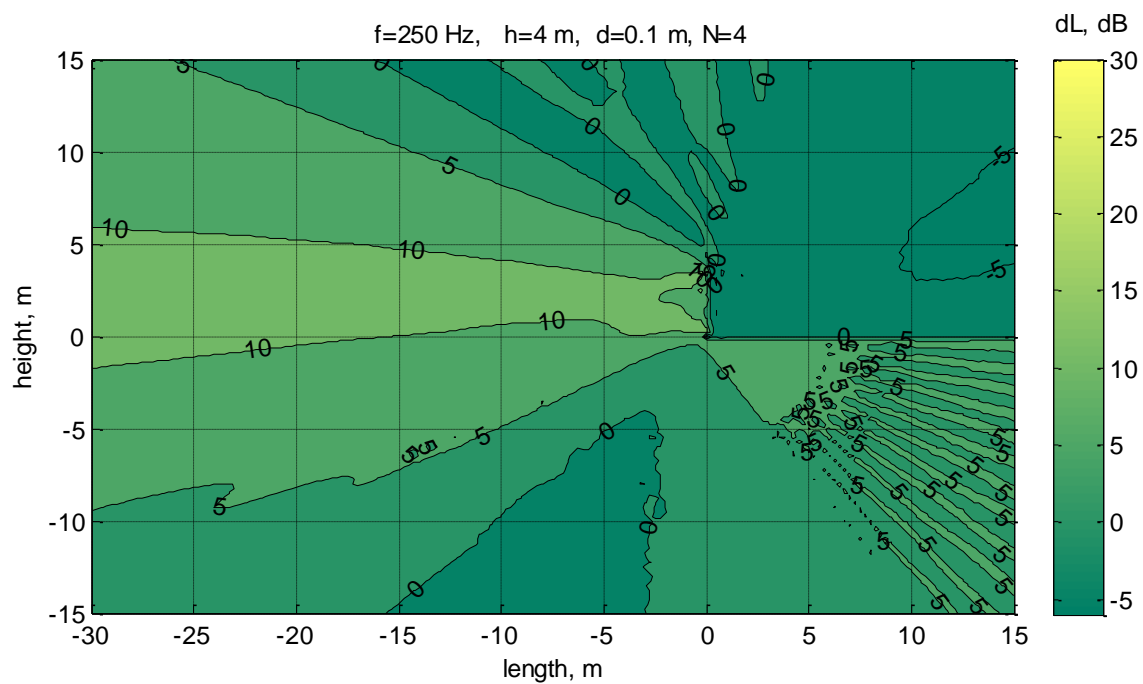




a)

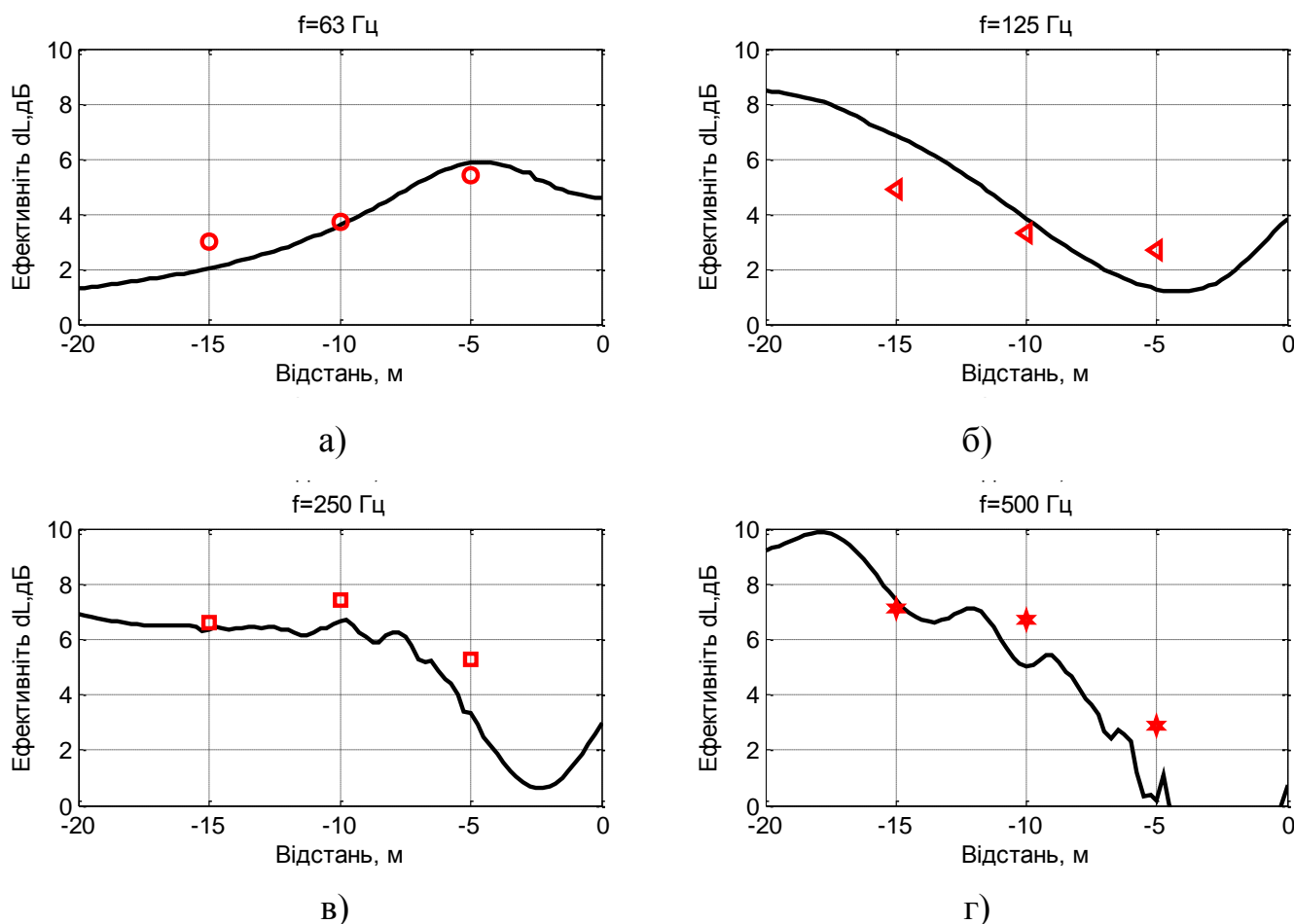


b)



**Рисунок 4.11** – Розрахункова ефективність реального шумозахисного екрана в залежності від частоти

а) – 63 Гц; б) – 125 Гц; г) – 250 Гц; д) – 500 Гц;



**Рисунок 4.12** – Порівняння результатів розрахунку та результатів вимірювання на висоті  $h=-3$  м.

а) – 63 Гц; б) – 125 Гц; в) – 250 Гц; г) – 500 Гц

Результати порівняння результатів розрахунку екрана з кінцевою звукоізоляцією з результатами натурних вимірювань показують, що похибка в результатах лежить в межах  $\pm 2$  дБ, що є непоганим результатом з огляду на те що в будівельній акустиці похибка в  $\pm 5$  дБ є прийнятною [115].

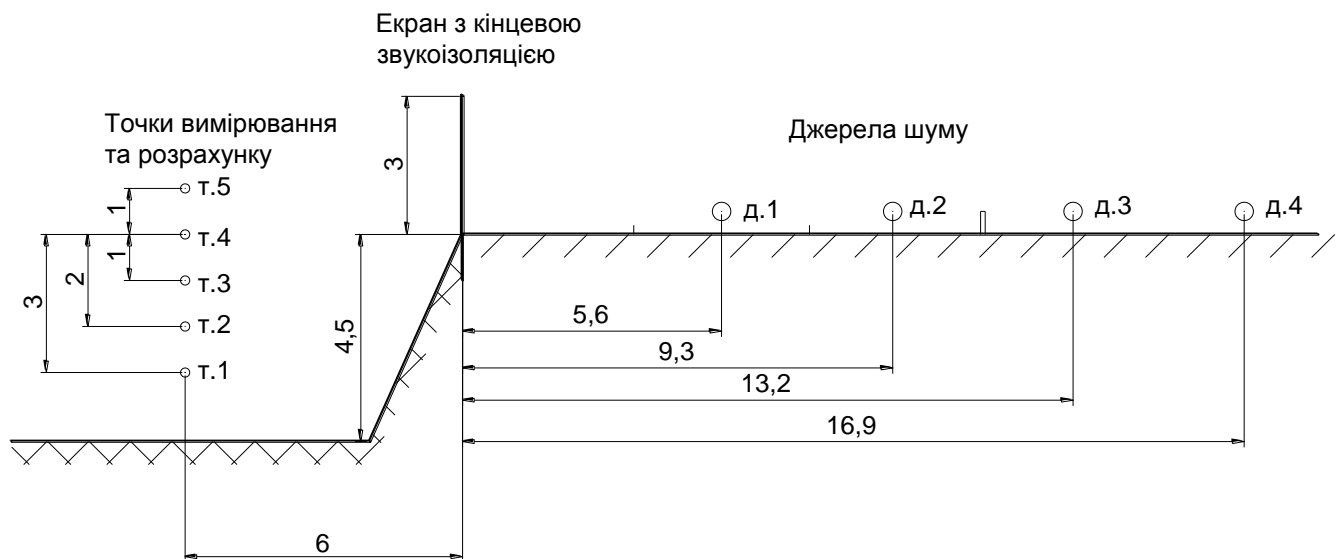
#### **4.5.3 Траса Київ - Чоп. Загальна характеристика об'єкту досліджень та методика проведення вимірювань.**

Вимірювання проводились на 35-му кілометрі траси Київ-Чоп. В цій частині траса має по дві полоси руху в кожен бік. Інтенсивність руху на час проведення вимірювань склала 850 транспортних засобів в годину. Частка вантажних автомобілів склала 20%.

Траса по обидва боки має смугу розгону. Загальна ширина дороги становить 24 м. одній із сторін дороги встановлений шумозахисний екран висотою 3 м.

Процедура проведення вимірювань полягала в одночасному вимірюванні шумової характеристики транспортного потоку відповідно до [77] та визначенню рівнів шуму та рівнів звукового тиску в октавних смугах частот в точках вимірювання за екраном відповідно до [114].

Схема взаємного розташування автодороги, шумозахисного екрану наведена на рис. 4.13



**Рисунок 4.13** - Схема проведення вимірювань та розрахунків на трасі Київ – Чоп.

#### **4.5.4 Результати експерименту**

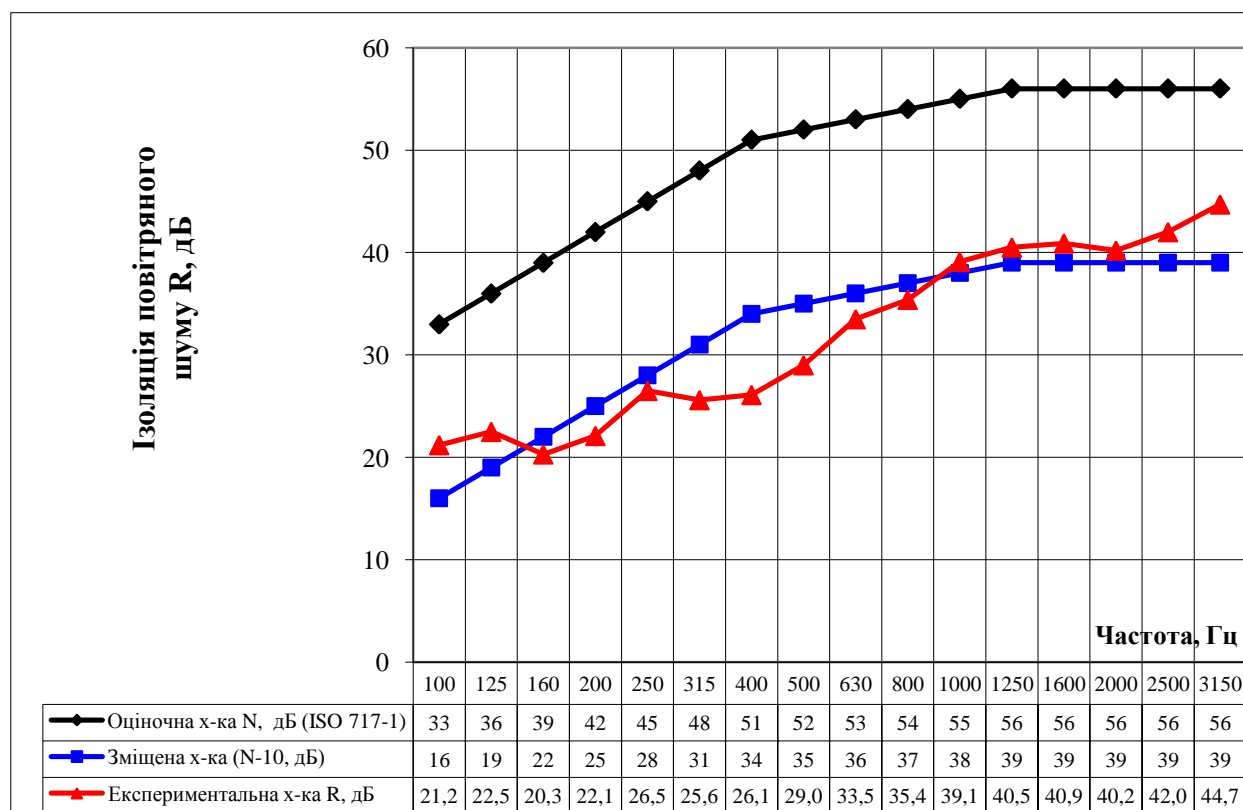
В результаті проведення вимірювань проводилася оцінка зменшення рівнів звукового тиску в точках за екраном (т.1 –т.5, рис 4.13) та в точці де проводилося вимірювання шумової характеристики (7,5 м від ближньої осі руху транспорту). Результати експерименту наведені в табл. 4.2



**Таблиця 4.2.** Зниження рівнів звукового тиску шумозахисним екраном на трасі Київ-Чоп

Частота, Гц	Точки проведення вимірювань та розрахунків				
	т.1 (-3 м)	т.2 (-2 м)	т.3 (-1 м)	т.4 (0 м)	т.5 (1 м)
63	3,1	3,9	4,0	4,2	35,3,6
125	9,4	9,0	9,1	9,8	7,9
250	7,2	8,5	10,8	12,4	13,9
500	8,6	10,6	12,0	16,8	16,9

Для порівняння результатів було проведено розрахунок ефективності акустично жорсткого екрану (із нескінченною звукоізоляцією), та екрану з кінцевою звукоізоляцією яка оцінювалась відповідно до (4.2). Звукоізоляція реального екрану була виміряна за стандартною методикою [112, 113] в лабораторних умовах та наведена на рис. 4.14



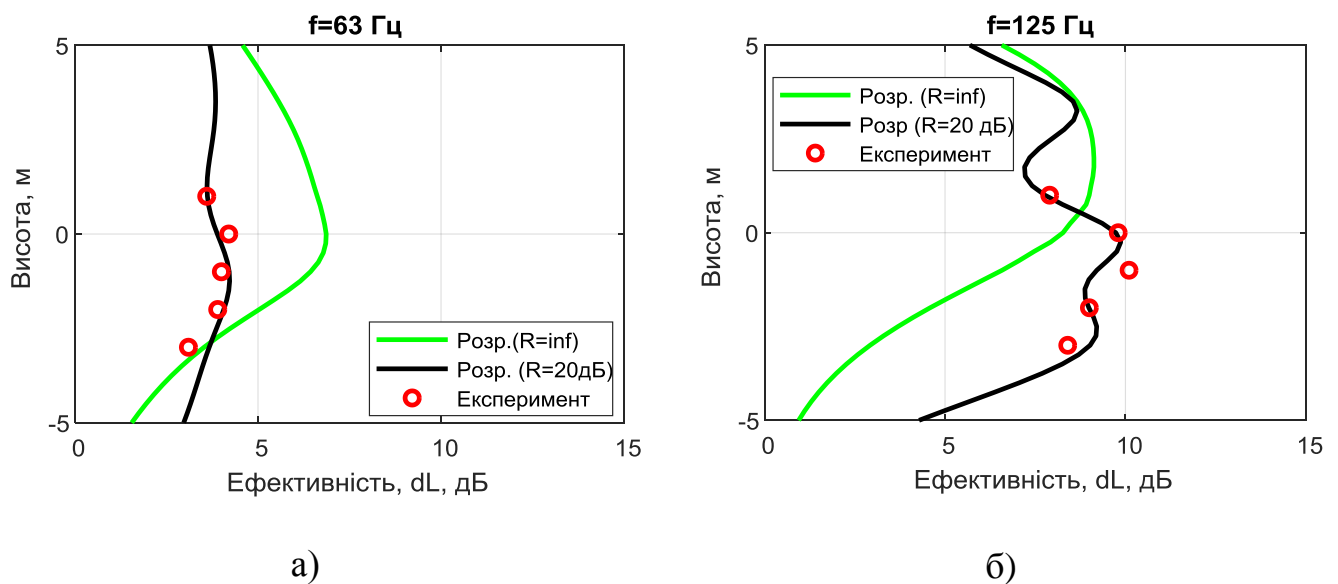
**Рисунок 4.14** – Частотна характеристика звукоізоляції повітряного шуму шумозахисного екрану ТОВ «Євроформат», що встановлено на трасі Київ-Чоп

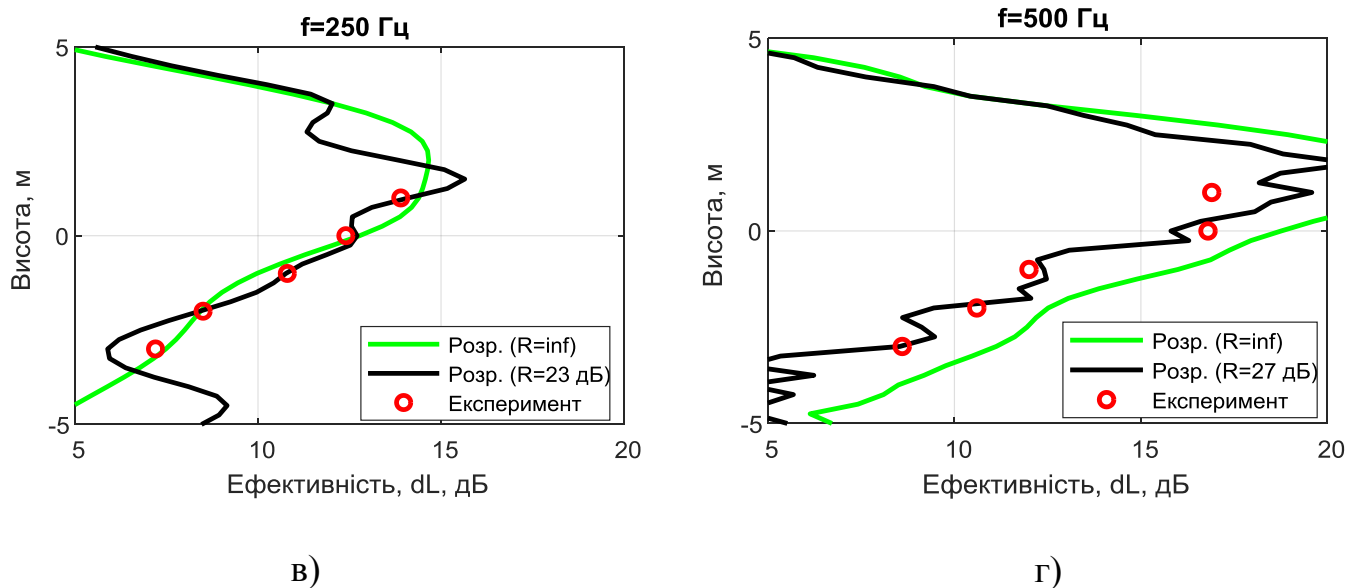
За отриманими даними була зроблена оцінка ізоляції повітряного шуму екраном в октавних смугах частот.

Так на частоті 63 Гц даних не має але характер кривої звукоізоляції дозволяє стверджувати майже частотну незалежність звукоізоляції в діапазоні до 160 Гц. Це дозволяє прийняти звукоізоляції екрану в октавах із середньо геометричними частотами 63 Гц та 125 Гц на рівні  $R=20$  дБ. В октаві із середньгеометричними частотами 250 Гц та 500 Гц ізоляція повітряного шуму екраном становить 23 дБ та 27 дБ відповідно.

За даними звукоізоляції та взаємного розташування джерел шуму, екрану та розрахункових точок (рис. 4.13) проведено розрахунок ефективності екрана без врахування звукоізоляції (звукоізоляція нескінченна, і шум крізь тіло екрану не розповсюджкується) та з урахуванням звукоізоляції екрану що відповідала даним отриманими експериментальним шляхом в лабораторних умовах.

Результати порівняння наведені на рис. 4.15





**Рисунок 4.15** – Результати порівняння ефективності екранів з нескінченною звукоізоляцією та зі звукоізоляцією, що відповідала реальному екрану

а) – 63 Гц; б) – 125 Гц; в) – 250 Гц; г) – 500 Гц

Результати та результати розрахунку свідчать про те, що врахування звукоізоляції призводить до наближення результатів розрахунку до експериментальних даних. Розбіжність результатів експерименту та розрахунку без урахування звукоізоляції становить  $\pm 5$  дБ в той час як при врахуванні звукоізоляції –  $\pm 1,5$  дБ.

#### 4.6 Висновки до розділу 4

В даному розділі була проведено аналіз результатів аналітичного розв’язку задачі знаходження ефективності шумозахисного екрана з отворами. Результати аналітичного розв’язку порівняно з результатами комп’ютерного моделювання та експериментальними вимірюваннями в натурних умовах.

Встановлено, що:

- отримана залежність ефективності шумозахисного екрана на різній висоті аналітичним методом часткових областей в цілому (з точністю  $\pm 4$  дБ) збігається із результатами комп’ютерного моделювання методом кінцевих елементів. Однак в областях інтерференційного накладання хвиль результати значно (більше ніж на 25 дБ) різняться;

- збільшення загальної площі отворів призводить до зниження звукоізоляції екрана, що призводить до зменшення його ефективності;

- чисельним експериментом встановлено що при збільшенні звукоізоляції екрана до 30 дБ його ефективність збільшується однак подальше збільшення звукоізоляції не призводить до суттєвого (більше ніж на 1 дБ) збільшення ефективності. Дане твердження майже не залежить від висоти екрана та частоти звуку. Тобто робити екрани зі звукоізоляцією більше ніж 30 дБ не доцільно.

- результати натурних експериментів показали, що для точок нижче рівня дороги ефективність екрану зменшується, на відміну від досліджень загальновідомих тверджень [31,35, 92];

- результати натурних експериментів показали, що розрахункові результати та експериментальні мають розбіжності не більше ніж на 1,5-2 дБ.

## ВИСНОВКИ

1. Поставлена та розв'язана задача знаходження ефективності шумозахисного екрана зі щілиною в його основі, яка дозволяє оцінити ефективність побудованих та тих що проектуються шумозахисних екранів в Україні;

2. Поставлена та розв'язана задача знаходження звукового поля довкола нескінченно довгого шумозахисного екрана з перфорацією, що дозволяє оцінити вплив кінцевої звукоізоляції екрана на його ефективність;

3. Запропоновано модель екрану з кінцевою звукоізоляцією у вигляді перфорованого акустично жорсткого екрану, яка дозволила показати, суттєвий вплив звукоізоляції екрана на його ефективність;

4. Запропоновано використовувати метод кінцевих елементів для знаходження рівнів звукового тиску від рухомого джерела звуку довкола шумозахисного екрану, який показав, що ефективність шумозахисного екрану змінюється лише межах 1,1 дБ для швидкостей руху до 180 км/год, що погоджується з результатами отриманими аналітичним шляхом.

5. Метод кінцевих елементів, що було використано для комп'ютерного моделювання дає змогу оцінити залежність між звукоізоляцією та ефективністю шумозахисного екрана в більш широкому діапазоні частот, однак за необхідності отримати точні значення ефективності, більш доцільно використовувати метод часткових областей;

6. Одержані якісні оцінки ефективності шумозахисних екранів з кінцевою звукоізоляцією в широкому діапазоні частот та розмірів екрана. А саме:

- зі зменшенням розміру щілини ефективність екрана монотонно зростає й асимптотично наближається до акустично жорсткого екрану;
- розміщення щілини суттєво не впливає на його ефективність, суттєвими є лише її розмір та частота звуку;
- для шумозахисних екранів достатньою є звукоізоляція  $R=30$  дБ;

7. Експериментальні дослідження в натурних умовах та на моделі підтвердили результати, які були отримані за допомогою аналітичного метода часткових областей:

- зменшення ефективності екрана спостерігається за умови коли ширина щілини є більшою ніж  $\frac{1}{4}$  довжини звукової хвилі;
- розбіжність між експериментальними результатами та значеннями отриманими методом часткових областей з урахуванням кінцевої звукоізоляції екрана становить 1,5 - 2 дБ.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Парламента, Д. Е. (2002). Совета № 2002/49/ЕС об оценке влияния шума на окружающую среду от 25 июня 2002 г. Official Journal. L, 189(18.07).
2. Lukas Martinelli. Global Noise Pollution Map. URL: <http://lukasmartinelli.ch/gis/2016/04/03/openstreetmap-noise-pollution-map.html> (дата звернення: 13.01.2019)
3. Заєць, В. П. (2015). Зменшення шуму залізничного транспорту за допомогою шумозахисних екранів. *Системи обробки інформації*, (10), 279-283.
4. Jonsdottir, V., Rantala, L. M., Oskarsson, G. K., & Sala, E. (2015). Effects of pedagogical ideology on the perceived loudness and noise levels in preschools. *Noise & health*, 17(78), 282
5. Технічний регламент будівельних виробів, будівель і споруд, затверджений постановою Кабінету Міністрів України від 20.12.2006 р. № 1764
6. Заєць, В. П., Дідковський, В. С., & Контар, М. В. (2009). Методи визначення шуму транспортних потоків. *Акустичний вісник*.
7. Новичева, Ж. А. (2010, April). Шумы современной цивилизации и их воздействие на человеческий организм (По материалам ВОЗ). *In Звук и музыка в нашей жизни: сборник докладов научно-практической конференции*. (Vol. 11, pp. 18-26).
8. Кудряшов С. Негативное воздействие шума. Режим доступа до ресур. : [http://www.arbyte.ru/pdf/noise\\_hurt.pdf](http://www.arbyte.ru/pdf/noise_hurt.pdf)
9. Шишелова, Т. И., & Малыгина, Ю. С. (2009). Влияние шума на организм человека. *Успехи современного естествознания*, (8), 14-15.
10. Погоньшева, И. А., Погоньшев, Д. А., & Крылова, А. А. (2015). Влияние шума на психофизиологические параметры и работоспособность организма человека. *Вестник Нижневартковского государственного университета*, (1).
11. Walerian, E., Janczur, R., & Czechowicz, M. (1999). The effectiveness of screens in an urban area. *Applied Acoustics*, 58(2), 153-172.

12. Осипов, Г. Л., Коробков, В. Е., Климухин, А. А., Прохода, А. С., Карагодина, И. Л., & Зотов, Б. С. (1993). Защита от шума в градостроительстве (Справочник проектировщика)/под ред. ГЛ Осипова. М.: Стройиздат, 96. М. Нсуек
13. Заєць, В. П., Котенко, С. Г., Осипчук, Л. Н., & Трохименко, М. О. (2012). Ефективність шумозахисних екранів кінцевої звукоізоляції. *Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка*, (46), 107-111.
14. Котенко, С. Г. (2012). Измерение акустических свойств шумозащитного экрана в г. Харькове. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*, 6(10), 64-67.
15. Котенко, С. Г. (2014). Про акустичний комфорт малих придорожніх готелів. *Системи обробки інформації*, (7), 32-40.
16. Заец В.П., Котенко С.Г., Трохименко М.П., (2014). Шумозахисні екрани в Україні: помилки проектування та будівництва. *Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка*, ( 52), 14-17.
17. Заєць, В. П., & Котенко, С. Г. (2015). Звук рухомого точкового джерела. *Електроніка та Зв'язок*, 20(4), 89-93.
18. Авдєєв, О. В., Заєць, В. П., & Котенко, С. Г. (2015). Комп'ютерне моделювання коливань дзвону. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси, 49, 164-169.
19. Zaets, V., & Kotenko, S. (2017). Investigation of the efficiency of a noise protection screen with an opening at its base. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(5), 4-11.
20. Дідковський В.С., Котенко С.Г. (2019). Ефективність шумозахисних екранів на мостах. *Міжнародна наукова конференція " II Міжнародній науково-практичній конференції «Перспективні шляхи розвитку наукових знань»*.
21. Погребняк А., Котенко С.Г. (2015) Вплив звукоізоляції на акустичну ефективність шумозахисного екрана. *VIII МІЖНАРОДНА НАУКОВО- ТЕХНІЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ МОЛОДИХ ВЧЕНИХ «ЕЛЕКТРОНІКА-2015»*, 28-31
22. Погребняк А.О., Котенко С.Г. (2016). Шумозахисні екрани з кінцевою звукоізоляцією. *Матеріали XLII Міжнародна науково-практична конференція*



«Пріоритетні напрями наукових досліджень», 1, 8-12.

23. Поторжицький В.В., Котенко С.Г., Заєць В.П., (2016). Патент на корисну модель №108733 «Шумозахисний екран».
24. Заєць В.П., Котенко, С.Г., Теленга А.О (2018). Патент на корисну модель №79889 «Шумозахисний екран».
25. ДСТУ-Н Б В.1.1-34 (2013). Настанова з розрахунку та проектування звукоізоляції огорожувальних конструкцій житлових і громадських будинків
26. A. Sommerfeld. (1896). Mathematische Theorie der Diffraction. *Math. Ann.*, 47, 317.
27. Macdonald, H. M. V. (1915). A class of diffraction problems. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 2(1), 410-427.
28. Redfearn, S. W. (1940). XX. Some acoustical source-observer problems. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 30(200), 223-236.
29. Fehr, R. O. (1951). The reduction of industrial machine noise. In *Proceedings of the National Noise Symposium, USA, October, 1951*.
30. Maekawa, Z. (1965). Noise Reduction by Screens, *Memoirs of The Faculty of Engineering, Kobe University*, 11, 29–53,
31. Maekawa, Z. (1968). Noise reduction by screens. *Applied acoustics*, 1(3), 157-173.
32. Delany, M. E. (1972). A practical scheme for predicting noise levels (L10) arising from road traffic, *National Physics Laboratory, Department of Trade and Industry, Acoustics Report Ac57*.
33. Tatge, R. B. (1973). Barrier-wall attenuation with a finite-sized source. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 53(5), 1317-1319.
34. Yamamoto, K., & Takagi, K. (1992). Expressions of Maekawa's chart for computation. *Applied Acoustics*, 37(1), 75-82.
35. Kurze, U. J., & Anderson, G. S. (1971). Sound attenuation by barriers. *Applied Acoustics*, 4(1), 35-53.
36. Rathe, E. J. (1969). Note on two common problems of sound propagation. *Journal of Sound and Vibration*, 10(3), 472-479.

37. Fujiwara, K., Ando, Y., & Maekawa, Z. (1977). Noise control by barriers—Part 1: Noise reduction by a thick barrier. *Applied Acoustics*, 10(2), 147-159.
38. Fujiwara, K., Ando, Y., & Maekawa, Z. (1977). Noise control by barriers—Part 2: Noise reduction by an absorptive barrier. *Applied Acoustics*, 10(3), 167-179.
39. Medwin, H. (1981). Shadowing by finite noise barriers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(4), 1060-1064.
40. Hadden Jr, W. J., & Pierce, A. D. (1981). Sound diffraction around screens and wedges for arbitrary point source locations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(5), 1266-1276.
41. Maekawa, Z., & Osaki, S. (1985). A simple chart for the estimation of the attenuation by a wedge diffraction. *Applied Acoustics*, 18(5), 355-368.
42. Isei, T., Embleton, T. F. W., & Piercy, J. E. (1980). Noise reduction by barriers on finite impedance ground. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 67(1), 46-58.
43. Pierce, A. D. (1974). Diffraction of sound around corners and over wide barriers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 55(5), 941-955.
44. Kawai, T. (1981). Sound diffraction by a many-sided barrier or pillar. *Journal of Sound and Vibration*, 79(2), 229-242.
45. Yuzawa, M., & Sone, T. (1981). Noise reduction by various shapes of barrier. *Applied acoustics*, 14(1), 65-73.
46. Koers, P. (1983, July). Diffraction by an absorbing barrier or by an impedance transition. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings* (Vol. 1983, No. 4, pp. 311-314). Institute of Noise Control Engineering.
47. L'Espérance, A., Nicolas, J., & Daigle, G. A. (1989). Insertion loss of absorbent barriers on ground. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(3), 1060-1064.
48. L'Espérance, A. (1989). The insertion loss of finite length barriers on the ground. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(1), 179-183.
49. Muradali, A., & Fyfe, K. R. (1998). A study of 2D and 3D barrier insertion loss using improved diffraction-based methods. *Applied Acoustics*, 53(1-3), 49-75.
50. Salomons, E. M., Geerlings, A. C., & Duhamel, D. (1997). Comparison of a ray model and a Fourier-boundary element method for traffic noise situations with multiple

diffractions and reflections. *Acta Acustica united with Acustica*, 83(1), 35-47.

51. Seznec, R. (1980). Diffraction of sound around barriers: use of the boundary elements technique. *Journal of Sound and Vibration*, 73(2), 195-209.
52. Hothersall, D. C., Chandler-Wilde, S. N., & Hajmirzae, M. N. (1991). Efficiency of single noise barriers. *Journal of Sound and vibration*, 146(2), 303-322.
53. Fyfe, K. R., & Harrison, C. C. (1996). *Modelling of Road Noise and Optimal Barrier Design*. Canada Mortgage and Housing Corporation.
54. Ciskowski, R. D., & Brebbia, C. A. (Eds.). (1991). *Boundary element methods in acoustics*. Springer.
55. Attenborough, K., Taherzadeh, S., Bass, H. E., Di, X., Raspet, R., Becker, G. R., ... & Gabillet, Y. (1995). Benchmark cases for outdoor sound propagation models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(1), 173-191.
56. Attenborough, K., Taherzadeh, S., Bass, H. E., Di, X., Raspet, R., Becker, G. R., ... & Gabillet, Y. (1995). Benchmark cases for outdoor sound propagation models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(1), 173-191.
57. Forssén, J. (1998). Calculation of sound reduction by a screen in a turbulent atmosphere using the parabolic equation method. *Acta Acustica united with Acustica*, 84(4), 599-606.
58. Forssén, J. (2000). Calculation of noise barrier performance in a turbulent atmosphere by using substitute sources above the barrier. *Acta Acustica united with Acustica*, 86(2), 269-275.
59. Forssén, J. (2002). Calculation of noise barrier performance using the substitute-sources method for a three-dimensional turbulent atmosphere. *Acta Acustica united with Acustica*, 88(2), 181-189.
60. Forssén, J., & Ögren, M. (2002). Thick barrier noise-reduction in the presence of atmospheric turbulence: measurements and numerical modelling. *Applied Acoustics*, 63(2), 173-187.
61. Salomons, E. M. (1994). Downwind propagation of sound in an atmosphere with a realistic sound-speed profile: A semianalytical ray model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(5), 2425-2436.

62. Muradali, A., & Fyfe, K. R. (1999). Accurate barrier modeling in the presence of atmospheric effects. *Applied Acoustics*, 56(3), 157-182.
63. Terai, T. (1980). On calculation of sound fields around three dimensional objects by integral equation methods. *Journal of Sound and Vibration*, 69(1), 71-100.
64. Rettinger, M. (1977). *Acoustic Design and Noise Control: Acoustic design* (Vol. 1). Chemical Publishing Company, 393.
65. Keller, J. B. (1962). Geometrical theory of diffraction. *Josa*, 52(2), 116-130.
66. Gladwell, G. M. L., & Zimmermann, G. (1966). On energy and complementary energy formulations of acoustic and structural vibration problems. *Journal of sound and vibration*, 3(3), 233-241.
67. Gladwell, G. M. L. (1965). A finite element method for acoustics (Acoustic problems formulated and solved by finite element method of variational calculus, using both force and displacement procedures). In CONGRES INTERNATIONAL D'ACOUSTIQUE, 5 TH, LIEGE, BELGIUM (Vol. 7, No. 14).
68. Premat, E., & Gabillet, Y. (2000). A new boundary-element method for predicting outdoor sound propagation and application to the case of a sound barrier in the presence of downward refraction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(6), 2775-2783.
69. Chandler-Wilde, S. N. (1997). The boundary element method in outdoor noise propagation. *Proceedings-Institute of Acoustics*, 19, 27-50.
70. Langley, R. S. (1993). A dynamic stiffness/boundary element method for the prediction of interior noise levels. *Journal of Sound and Vibration*, 163(2), 207-230.
71. Вовк, И. В., & Мацыпура, В. Т. (2010). Влияние свойств поверхностей шумозащитного барьера на его эффективность. *Акустичний вісник*.
72. Заєць, В. П. (2012). Зниження шуму шумозахисними екранами. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*, 6(10), 25-33.
73. Заєць, В. П. (2013). Шумозахисні екрани для зниження рівнів звукового тиску від рухомих джерел звуку.
74. ДБН В. (2014). 1.1-31: 2013. Захист територій, будинків і споруд від шуму.- Чинні від 2014-06-01. К.: Мінрегіон України, 48.

75. ДСТУ-Н Б В. (2014). 1.1-33:2013 Настанова з розрахунку та проектування захисту від шуму сельбищних територій. -Чинні від 2014-01-01. К.: Мінрегіон України, 42.
76. Осипов, Г. Л., Юдин, Е. Я., Хюбнер, Г., & Сергеев, М. В. (1987). Снижение шума в зданиях и жилых районах. М.: Стройиздат.
77. ГОСТ 20444-2014. (2015) Шум. Транспортные потоки. Методы определения шумовой характеристики.
78. ГБН В.2.3-37641918-556:2015 (2015) Автомобільні дороги. Споруди шумозахисні. Вимоги до проектування. К.: Міністерство інфраструктури України, 26.
79. ГОСТ 31295.2-2005 (2006). Шум. Затухание звука при распространении на местности. М.: Стандартинформ.
80. EN 1793-1:2012. (2013) Road traffic noise reducing devices. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics of sound absorption. BSI Standards limited, 16.
81. EN 1793-2:2018. (2018). Road traffic noise reducing devices. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics of airborne sound insulation under diffuse sound field conditions. BSI Standards limited, 16.
82. EN 1793-3:1997. (1997). Road traffic noise reducing devices - Test method for determining the acoustic performance - Part 3: Normalised traffic noise spectrum.
83. EN 1793-4:2015. (2015). Road traffic noise reducing devices - Test method for determining the acoustic performance - Part 4: Intrinsic characteristics - In situ values of sound diffraction.
84. EN 1793-5:2016. (2016). Road traffic noise reducing devices. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics. In situ values of sound reflection under direct sound field conditions. 60.
85. EN 1793-6 : 2013. (2018) Road traffic noise reducing devices. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics. In situ values of airborne sound insulation under direct sound field conditions. BSI Standards limited, 50.

86. BS EN 16272-1. (2012). Railway applications. Track. Noise barriers and related devices acting on airborne sound propagation. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics. Sound absorption in the laboratory under diffuse sound field conditions. BSI Standards limited, 16.
87. EN 16272-2. (2012). Railway applications. Track. Noise barriers and related devices acting on airborne sound propagation. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics. Airborne sound insulation in the laboratory under diffuse sound field conditions. BSI Standards limited, 14.
88. EN 16272-3-1. (2012). Railway applications. Track. Noise barriers and related devices acting on airborne sound propagation. Test method for determining the acoustic performance. Normalized railway noise spectrum and single number ratings for diffuse field applications. BSI Standards limited, 12
89. EN 16272-3-2. (2014). Railway applications - Track - Noise barriers and related devices acting on airborne sound propagation - Test method for determining the acoustic performance - Part 3-2: Normalized railway noise spectrum and single number ratings for direct field applications; German version
90. EN 16272-4. (2016). Railway applications. Track. Noise barriers and related devices acting on airborne sound propagation. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics. In situ values of sound diffraction under direct sound field. BSI Standards limited, 40.
91. EN 16272-6. (2014). Railway applications. Track. Noise barriers and related devices acting on airborne sound propagation. Test method for determining the acoustic performance. Intrinsic characteristics. In situ values of airborne sound insulation under direct sound field conditions. BSI Standards limited, 48
92. Menounou, P., & Papaefthymiou, E. S. (2010). Shadowing of directional noise sources by finite noise barriers. *Applied Acoustics*, 71(4), 351-367.
93. Петрук, В. Г., Васильківський, І. В., Тищенко, О. О., Кватернюк, С. М., Турчик, П. М., Васильковський, І. В., & Тыщенко, О. О. (2006). *Будівельно-акустичні засоби зниження транспортного шуму автомагістралей* (Doctoral dissertation, ВНТУ).

94. Ahmed, A., Fahim, M. A., & Seddeq, H. S. (2010). Noise prediction for outdoor cooling systems; case study. *Journal of American Science*, 6(11), 899-905.
95. Лепендин, Л. Ф. (1978). Акустика: Учеб. пособие для втузов. М.: Высш. школа.
96. Doppler, C. (1842). Über das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels. Publisher: Abhandlungen der Königl. Böhm. Gesellschaft der Wissenschaften (V. Folge, Bd. 2, S. 465–482)
97. Осипов, Г.Л., Шубин И.Л. (2000). Перспективные методы и средства борьбы с автотранспортным шумом на дорогах. Дорожная экология XXI века: тр.международ. науч.-практ. Симпозіумах. Воронеж, 215-226.
98. Дидковский В. С. (2002). Основы акустичної екології: научное пособие. Кировоград: «Имекс ЛТД». 520 .
99. Абрамовиц, М. (1979). Справочник по специальным функциям/под ред. М. Абрамовица, И. Стиган.
100. Шендеров, Е. Л. (1972). Волновые задачи гидроакустики.
101. Гринченко, В. Т., Вовк, И. В., & Мацыпура, В. Т. (2007). Основы акустики. Київ: Наукова думка.
102. Гринченко, В. Т. (1996). Развитие метода решения задач излучения и рассеивания звука в неканонических областях.
103. Гринченко, В. Т., & Вовк, И. В. (1986). Волновые задачи рассеяния звука на упругих оболочках.
104. Сотникова, Т. А. (2009). Акустические свойства шумозащитного барьера с козырьком. *Акустичний вісник*.
105. Миттра, Р., & Ли, С. (1974). Аналитические методы теории волноводов. *физика*, 53(09), 3.
106. Multiphysics, C. O. M. S. O. L. (2018). v. 5.2 a. [www.comsol.com](http://www.comsol.com). COMSOL AB, Stockholm.
107. Crilles A. (1998) Daigle Report of the International-List. of Noise Control Engineering Working Party on the Effectiveness of Noise Walls, *Noise/ News Intern.*, 6, 11-36.
108. Трохименко М.П., Заєць В. П. (2009). Застосування сендвіч-панелей в

конструкції шумозахисних екранів. Будівельні матеріали, виробы та санітарна техніка. Науково-технічний збірник. 31, 111–113.

109. Ekici, I., & Bougdah, H. (2003). A review of research on environmental noise barriers. *Building Acoustics*, 10(4), 289-323.

110. ДСТУ-Н Б В. (2014). 1.1-35:2013 Захист територій, будинків і споруд від шуму. -Чинний від 2014-06-01. К.: Мінрегіон України, 75.

111. Mathworks [company]. (2019). *MATLAB: the Language of Technical Computing: Using MATLAB Graphics*. Mathworks.

[https://www.mathworks.com/academia.html?s\\_tid=gn\\_acad](https://www.mathworks.com/academia.html?s_tid=gn_acad)

112. ДСТУ Б В. (2010) 2.6-86:2009 "Конструкції будинків і споруд. Звукоізоляція огорожувальних конструкцій. Методи вимірювання". -Чинний від 2010-08-01. К.: Мінрегіон України.

113. ДСТУ Б В. (2010) 2.6-85:2009. Конструкції будинків і споруд. Звукоізоляція огорожувальних конструкцій. Методи оцінювання. -Чинний від 2010-08-01. К.: Мінрегіон України, 75.

114. ГОСТ 23337-78 (2015) Шум. Методы измерения шума на селитебной территории и в помещениях жилых и общественных зданий

115. Shilton, S., Van Leeuwen, H., & Nota, R. (2005, August). Error propagation analysis of XPS 31-133 and CRTN to help develop a noise mapping data standard. In *Forum Acusticum, Budapest, Hungary*.

116. П.И.Поспелов, В.Н.Покидько. (1989). Совершенствование метода расчета шумозащитных барьеров, расположенных на поверхности земли с заданным импедансом. М., НИИСФ, Сб.науч. тр. «Вопросы архитектурной акустики и защиты от шума в акустической экологии», 168.



**ДОДАТОК А.****АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ**

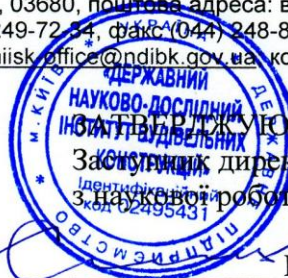
МІНІСТЕРСТВО РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ, БУДІВНИЦТВА ТА ЖИТЛОВО-КОМУНАЛЬНОГО ГОСПОДАРСТВА УКРАЇНИ



**ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО  
„ДЕРЖАВНИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ІНСТИТУТ  
БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ”  
(ДП НДІБК)**



юридична адреса: вул. І.Клименка, 5/2, м. Київ-37, 03680, поштова адреса: вул. Преображенська, 5/2, м. Київ-37, 03037; тел. (044) 249-72-54, факс (044) 248-89-09  
[www.niisk.com](http://www.niisk.com); e-mail: [ndibk@ndibk.gov.ua](mailto:ndibk@ndibk.gov.ua); [niisk.office@ndibk.gov.ua](mailto:niisk.office@ndibk.gov.ua); код ЄДРПОУ 02495431



Заступник директора інституту  
3 наукової роботи канд. техн. наук, с.н.с.  
Ю.С. Слюсаренко

"24" квітня 2019 р.

**АКТ**

про впровадження результатів дисертаційного дослідження Котенко Світлани Геннадіївни на тему: «Зниження рівнів шуму рухомих джерел захисними екранами зі скінченою звукоізоляцією» на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.09.08 — «Прикладна акустика та звукотехніка».

Комісія у складі:

Голова — В.о. завідувача відділу будівельної фізики та енергоефективності ДП НДІБК, канд. техн. наук Павлюк П.О.;

Члени комісії —

- 1 Старший науковий співробітник лабораторії будівельної теплотехніки та акустики Трохименко М.П.;
- 2 Науковий співробітник лабораторії будівельної теплотехніки та акустики Осипчук Л.М.

цим Актом засвідчує, що результати дисертаційного дослідження Котенко Світлани Геннадіївни на тему: «Зниження рівнів шуму рухомих джерел захисними екранами зі скінченою звукоізоляцією» використані лабораторією будівельної теплотехніки та акустики ДП «Державний науково-дослідний інститут будівельних конструкцій», а саме:

- при розробленні акустичного проекту шумозахисного екрана для зниження шуму залізничного транспорту на прилеглій території житлового комплексу «Бельгійське містечко у м. Львові» (Звіт про науково-технічну роботу «Рекомендації по зниженню шуму залізничного транспорту на території об'єкта "Будівництво багатоквартирних житлових будинків по вул. Джерельній, 69 у м. Львові зі знесенням існуючих споруд"»);
- при розробленні акустичного проекту шумозахисного екрана для зниження автотранспортного шуму на прилеглій території с. Романків (Звіт про науково-технічну роботу «Рекомендації по зниженню шуму транспортного потоку автодороги Київ-Обухів на сельбищній території с. Романків Київської обл.»).

Голова комісії

Павлюк П.О.

Члени комісії:

Трохименко М.П.

Осипчук Л.М.

«\_\_\_» квітня 2019 р.

## ДЕРЖАВНЕ АГЕНТСТВО АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ УКРАЇНИ



ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО –  
УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ІНСТИТУТ  
З ПРОЕКТУВАННЯ ОБ'ЄКТІВ  
ДОРОЖНЬОГО ГОСПОДАРСТВА  
**УКРДІПРОДОР**



Management Service

03037, м. Київ, Повітрофлотський пр-кт, 39/1

тел./факс: (044) 206-64-30

e-mail: okt@diprodor.com

“22” 04 2019 р.

№ 321-11

на № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

**АКТ**

Про впровадження результатів дисертаційного дослідження **Котенко Світлани Геннадіївни**, на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.09.08 – «Прикладна акустика та звукотехніка» за темою науковою роботи *«Зниження рівнів шуму рухомих джерел захисними екранами зі скінченою звукоізоляцією»*, які пов'язані з розробкою акустичних проектів зі зниження рівнів шуму за допомогою шумозахисних екранів що були виконані на замовлення ДП «Укрдіпродор».

Проекти, в яких використані результати наукової праці Котенко С.Г.:

1. Акустичний проект зниження рівнів шуму на автомобільній дорозі Н-01 Київ – Знам'янка, км 14+740 - км 43+345, Київська область (2016 р.)
2. Акустичний розрахунок на ділянці Лубни – Полтава км 210+000 – км 300+550, км 323+000 – км 329+050 автомобільної дороги державного значення М-03 Київ – Харків - Довжанський в межах Полтавської області (обхід с. Красногорівка км 275+000 – км 282+000) (2018 р.)
3. Акустичний проект зниження шуму транспортних потоків за допомогою шумозахисних екранів в межах населеного пункту Нові Яриловичі на автомобільній дорозі державного значення М-01 Київ – Чернігів – Нові Яриловичі (на Гомель), Чернігівська область

Директор

О.В. Антонюк

Головний інженер інституту

О.М. Кошель

Начальник

інформаційно-аналітичного відділу

Л.Л. Рибіцький







03680, м. Київ, вул. Преображенська, 5/2. Адреса для листування: 02160, м. Київ, просп. Возз'єднання, 15/17  
(044) 338-35-17 <http://budex.org.ua> e-mail: 38a@ukr.net

Вих. № 55/6-26  
всг 17.04.2019

### ДОВІДКА

Про впровадження результатів дисертаційного дослідження

**Котенко Світлани Геннадіївни**

**«Зниження рівнів шуму рухомих джерел захисними екранами зі скінченою звукоізоляцією»**

зі спеціальності **05.09.08** – Прикладна акустика та звукотехніка

Результати дисертаційного дослідження Котенко С.Г. «Зниження рівнів шуму рухомих джерел захисними екранами зі скінченою звукоізоляцією», на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук, які пов'язані з розробкою акустичних проектів зі зниженням рівнів шуму за допомогою шумозахисних екранів впроваджувалися в процес підготовки до професійної атестації та підвищенні кваліфікації експертів Всеукраїнської громадської організації «Асоціація експертів будівельної галузі». Результати наукових досліджень знайшли своє використання при підготовці лекцій на тему «Захист від шуму» та «Акустичні вимірювання в будівництві».

Доповнення змісту навчальних занять сприяло розширенню знань експертів-будівельників про теоретичні та практичні особливості проектування та будівництва шумозахисних екранів.

Загалом, дослідження Котенко С.Г. отримало позитивну оцінку експертів з будівництва у Всеукраїнській громадській організації «Асоціація експертів будівельної галузі» та являє собою значний внесок у розвиток та підвищення кваліфікації експертів з будівництва.

Голова Правління

**І.Власенко**



---

Товариство з обмеженою відповідальністю "Будівельна компанія "МВС"  
Адреса: вул. Вишгородська, буд. 40/14, к. 124, м. Київ, 04114  
п/р 26002219938700 в АКІБ "Укрсіббанк" в м. Харків, МФО 351005  
код ЄДРПОУ 34613652, ІПН 346136526547,  
Свідоцтво платника ПДВ № 100139745. Платник податку на загальних підставах  
Ліцензія міністерства регіонального розвитку та будівництва України АГ № 575149

---

Затверджую

директор

Мельничук О.В.

«20» листопада 2015 р.

#### АКТ

Про впровадження результатів дисертаційного дослідження Котенко Світлани Геннадіївни, на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.09.08 – «Прикладна акустика та звукотехніка», які пов'язані з розрахунком геометричних розмірів, звукоізоляційних властивостей матеріалу та розрахунком ефективності шумозахисного екрану уздовж Кільцевої дороги, для захисту від шуму отелельного комплексу по вул.Дмитрова, 2в с.Софіївська Борщагівка, Києво-Святошинського району, Київської області.

Директор



Мельничук О.В.







УКРАЇНА

**ПАТЕНТ****НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ****№ 130089****ШУМОЗАХИСНИЙ ЕКРАН**

Видано відповідно до Закону України "Про охорону прав на винаходи і корисні моделі".

Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі **26.11.2018.**

Заступник міністра економічного розвитку і торгівлі України



М.І. Тітарчук

**ДАДАТОК Б****РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ 2**



$$\left\{ \begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \mathcal{G}\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \mathcal{G}_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \mathcal{G}\right) = \dots \\
& \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \mathcal{G}\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\mathcal{G} - \alpha)\right) \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \mathcal{G}\right) = \dots \\
& \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \mathcal{G}\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\mathcal{G} - \alpha)\right) \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \mathcal{G}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \mathcal{G}\right) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(9)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\mathcal{G} - \alpha)\right)
\end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(2)} + A_n^{(3)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(4)} + A_n^{(5)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(6)} + A_n^{(7)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(8)} \cdot \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(6)} + A_n^{(7)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(9)} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \end{aligned} \right.$$

Проведемо процедуру алгебраїзації співвідношень.

Для умов спряження за потенціалом швидкості домножимо ліву і праву частину на  $\cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta} \theta\right)$  з подальшим

інтегруванням від 0 до  $\alpha + \beta$ ;

$$\left\{ \begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = \dots \\
& \dots = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = \dots \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta + \dots \\
& \dots + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = 0 \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(9)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = 0
\end{aligned} \right.$$

Для умов спряження за похідною потенціалу швидкості (коливальною швидкістю) домножимо ліву і праву

частину на  $\cos\left(\frac{\pi m}{\alpha}\theta\right)$  з інтегруванням від 0 до  $\alpha$  або на  $\cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\theta - \alpha)\right)$  з інтегруванням від  $\alpha$  до  $\alpha + \beta$ .

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(2)} + A_n^{(3)}] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(4)} + A_n^{(5)}] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = \dots \\
 & \dots = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0 \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \dots \\
 & \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = 0 \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(6)} + A_n^{(7)}] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(8)} \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0 \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(6)} + A_n^{(7)}] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(9)} \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = 0
 \end{aligned}$$

**ДОДАТОК В****РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ 3**

Спряження за потенціалом швидкості (тиском):

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
 & \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_1 + d_1))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_1 + d_1))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
 & \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d_1))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d_1))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) + \dots \\
 & \dots + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d_1))}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d_1))}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \\
 & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
 & \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} + A_n^{(9)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(10)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(11)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
& \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-2)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N-1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) + \dots \\
& \dots + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_n^{(6N-3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \\
\\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
& \dots = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6n+2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_N)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+3)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right)
\end{aligned}$$

Спряження за першою похідною потенціалу швидкості ( коливальною швидкістю) :

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \dots$$

$$\dots = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(2)} + A_n^{(3)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right), \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) + \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \dots$$

$$\dots = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(4)} + A_n^{(5)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right), \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \cdot \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \dots$$

$$\dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} + A_n^{(3)} \cdot \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right), \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \cdot \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \dots$$

$$\dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} + A_n^{(5)} \cdot \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right), \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(6)} + A_n^{(7)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(8)} + A_n^{(9)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right), \quad \vartheta \in [0, \alpha];$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(6)} + A_n^{(7)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(10)} + A_n^{(11)}] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right), \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta];$$



$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
& \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-4)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_n^{(6N-3)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right), \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \dots \\
& \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-2)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N-1)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right), \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta] \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} + A_n^{(6N+1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+2)} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right), \quad \vartheta \in [0, \alpha] \\
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} + A_n^{(6N+1)} \right] \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+3)} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right), \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]
\end{aligned}$$

Проведемо процедуру алгебраїзації співвідношень.

Для умов спряження за потенціалом швидкості домножимо ліву і праву

частину на  $\cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\theta\right)$  з подальшим інтегруванням від 0 до  $\alpha + \beta$ ;

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)'}(kh)} \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta - \dots \\ & \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta = \dots \\ & \dots = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta}\vartheta_s\right) \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d_1))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d_1))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta + \dots \\ & \dots + \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d_1))}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d_1))}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta - \dots \\ & \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d_1))}{J_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d_1))}{N_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}'(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}'(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}'(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta - \dots \\ & \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} + A_n^{(9)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}'(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha}\vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta - \dots \\ & \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(10)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} + A_n^{(11)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_1)}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}'(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta}\vartheta\right) d\vartheta = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-4)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_n^{(6N-3)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-2)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N-1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6n+2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_N)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta - \dots \\
& \dots - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+3)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = 0
\end{aligned}$$

Для умов спряження за похідною потенціалу швидкості (коливальною швидкістю) домножимо ліву і праву частину на  $\cos\left(\frac{\pi m}{\alpha}\theta\right)$  з інтегруванням від 0 до  $\alpha$  або на  $\cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\theta - \alpha)\right)$  з інтегруванням від  $\alpha$  до  $\alpha + \beta$ .

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(2)} + A_n^{(3)}] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta =$$

$$- \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta, \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)} \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^{(4)} + A_n^{(5)}] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = \dots$$

$$\dots = - \frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} + A_n^{(3)} \cdot \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \dots$$

$$\dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \cdot \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0 \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{J_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} + A_n^{(5)} \cdot \frac{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_1 + d))}{N_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \dots$$

$$\dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \cdot \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha + \beta}}(kh_1)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha + \beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta}(\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta =, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} + A_n^{(7)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \dots$$

$$\dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(8)} + A_n^{(9)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0, \quad \vartheta \in [0, \alpha];$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6)} + A_n^{(7)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \dots$$

$$\dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(10)} + A_n^{(11)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = 0, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta];$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-4)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_n^{(6N-3)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \dots$$

$$\dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0, \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N-2)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N-1)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\beta}}(kh_N)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta - \dots$$

$$\dots - \sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} \frac{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_n^{(6N+1)} \frac{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi n}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = 0,$$

$$\vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} + A_n^{(6N+1)} \right] \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta - \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+2)} \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = 0, \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ A_n^{(6N)} + A_n^{(6N+1)} \right] \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha + \beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = \dots$$

$$\dots = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(6N+3)} \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

Використаємо властивості ортогональності тригонометричних функцій та введемо змінні:

$$I_{1m} = \int_0^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta = \begin{cases} (\alpha+\beta), & n=m=0 \\ (\alpha+\beta)/2, & n=m \neq 0 \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

$$I_{2m} = \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta$$

$$I_{3m} = \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta\right) d\vartheta$$

$$I_{4m} = \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta = \begin{cases} \alpha, & n=m=0 \\ \alpha/2, & n=m \neq 0 \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

$$I_{5m} = \int_0^{\alpha} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha} \vartheta\right) d\vartheta$$

$$I_{6m} = \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta = \begin{cases} \beta, & n=m=0 \\ \beta/2, & n=m \neq 0 \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

$$I_{7m} = \int_{\alpha}^{\alpha+\beta} \cos\left(\frac{\pi n}{\alpha+\beta} \vartheta\right) \cos\left(\frac{\pi m}{\beta} (\vartheta - \alpha)\right) d\vartheta$$

Отримаємо нескінченну систему рівнянь, що розв'язуємо методом редукції :

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} \cdot \frac{H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kh)}{H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)'}(kh)} I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)} \right] I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)}{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)} + A_n^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)}{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)} \right] I_{3m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha+\beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_n H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha+\beta} \vartheta_s\right) I_{1m}$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_n^{(2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1+d_1))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)} + A_n^{(3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1+d_1))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)} \right] I_{2m} + \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_n^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_1+d_1))}{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_1+d_1))}{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)} \right] I_{3m} - \dots$$

$$\dots - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d_1))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} + A_n^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1+d_1))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} \right] I_{1m} = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} \right] I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(8)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_1)}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_1)} + A_m^{(9)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_1)}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_1)} \right] I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(10)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_1)}{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_1)} + A_m^{(11)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_1)}{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_1)} \right] I_{3m} = 0$$

---


$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N-4)} \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_m^{(6N-3)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N-2)} \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_N)} + A_m^{(6N-1)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_N)} \right] I_{3m} - \dots$$

$$\dots - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_N+d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_m^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_N+d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] I_{1m} = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N)} \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_m^{(6N+1)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] I_{1m} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(6N+2)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_N)} I_{2m} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(6N+3)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} I_{3m} = 0$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_{5m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(2)} + A_m^{(3)}] I_{4m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) I_{5m}, \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(1)} I_{7m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(4)} + A_m^{(5)}] I_{6m} = -\frac{\pi i}{2(\alpha + \beta)} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m H_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}^{(1)}(kR_s) J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh) \cos\left(\frac{\pi m}{\alpha + \beta} \vartheta_s\right) I_{7m}, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(2)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)} + A_m^{(3)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh)} \right] I_{4m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} \right] I_{5m} = 0 \quad \vartheta \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(4)} \cdot \frac{J_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)} + A_m^{(5)} \frac{N_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh)} \right] I_{6m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6)} \cdot \frac{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1 + d))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} + A_m^{(7)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_1 + d))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_1)} \right] I_{7m} = 0, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(6)} + A_m^{(7)}] I_{5m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(8)} + A_m^{(9)}] I_{4m} = 0, \quad \vartheta \in [0, \alpha];$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(6)} + A_m^{(7)}] I_{7m} - \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(10)} + A_m^{(11)}] I_{6m} = 0, \quad \vartheta \in [\alpha, \alpha + \beta];$$

.....



$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N-4)} \frac{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_{N-1})} + A_m^{(6N-3)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha}}(kh_{N-1})} \right] I_{4m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N)} \frac{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_m^{(6N+1)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] I_{5m} = 0, \quad \mathcal{G} \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N-2)} \frac{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_N)} + A_m^{(6N-1)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\beta}}(kh_N)} \right] I_{6m} - \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_m^{(6N)} \frac{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{J'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} + A_m^{(6N+1)} \frac{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(k(h_N + d_N))}{N'_{\frac{\pi m}{\alpha+\beta}}(kh_N)} \right] I_{7m} = 0, \quad \mathcal{G} \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

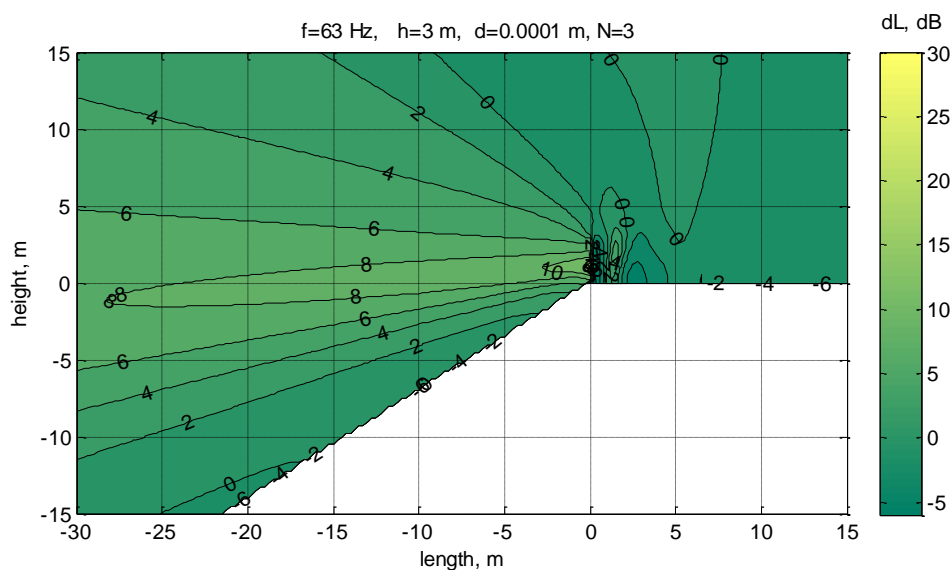
$$\sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(6N)} + A_m^{(6N+1)}] I_{5m} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(6N+2)} I_{4m} = 0, \quad \mathcal{G} \in [0, \alpha]$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(6N)} + A_m^{(6N+1)}] I_{7m} - \sum_{m=0}^{\infty} A_m^{(6N+3)} I_{6m} = 0, \quad \mathcal{G} \in [\alpha, \alpha + \beta]$$

## ДОДАТОК Г

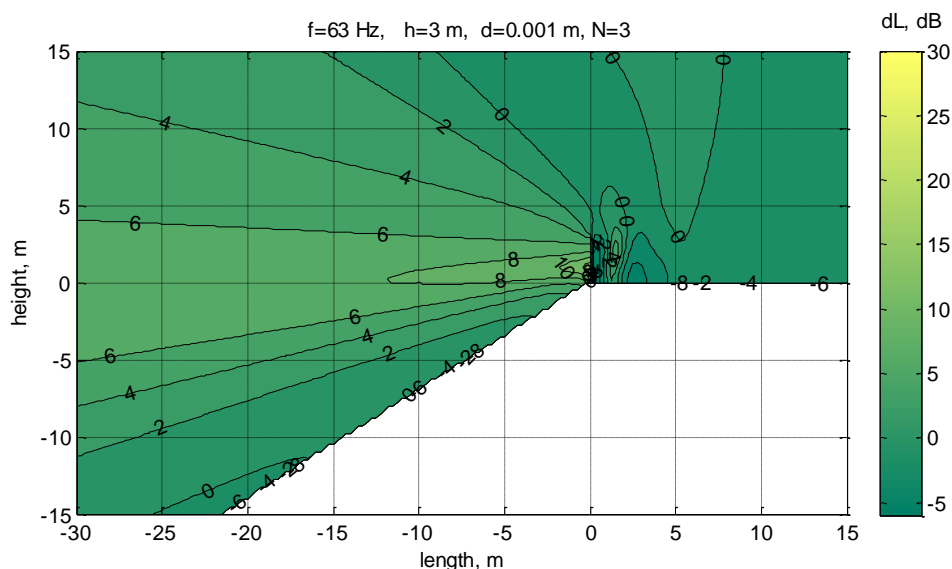
## ЕФЕКТИВНІСТЬ ШУМОЗАХИСНИХ ЕКРАНІВ ЗІ ЩІЛИНАМИ

Рисунок Г.1 Висота екрану 3 м. Розмір геометричного отвору складає 0,0001 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіни від екрану складає 8 дБ.



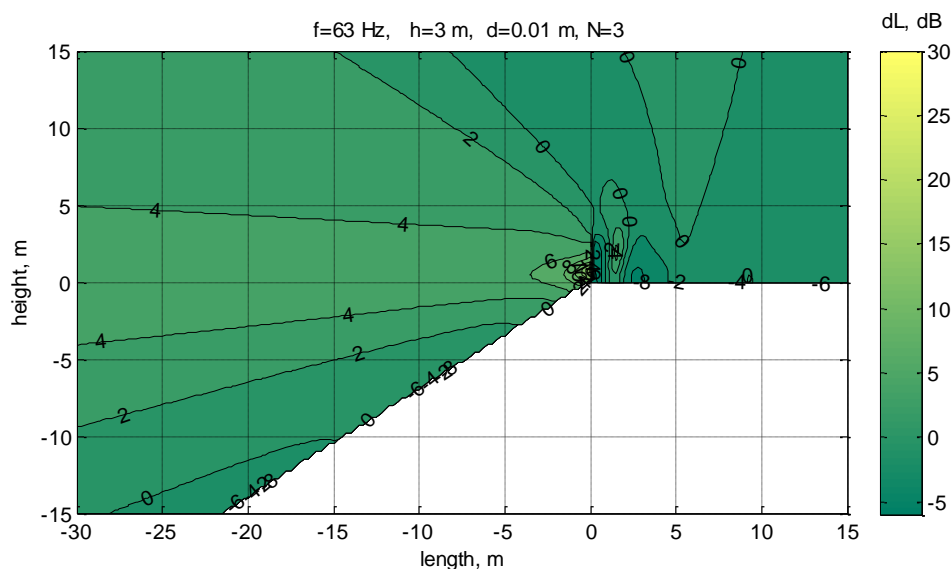
**Рисунок Г.1.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.2. Висота екрану 3 м. Розмір геометричного отвору складає 0,001 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіни від екрану складає 6-8 дБ.



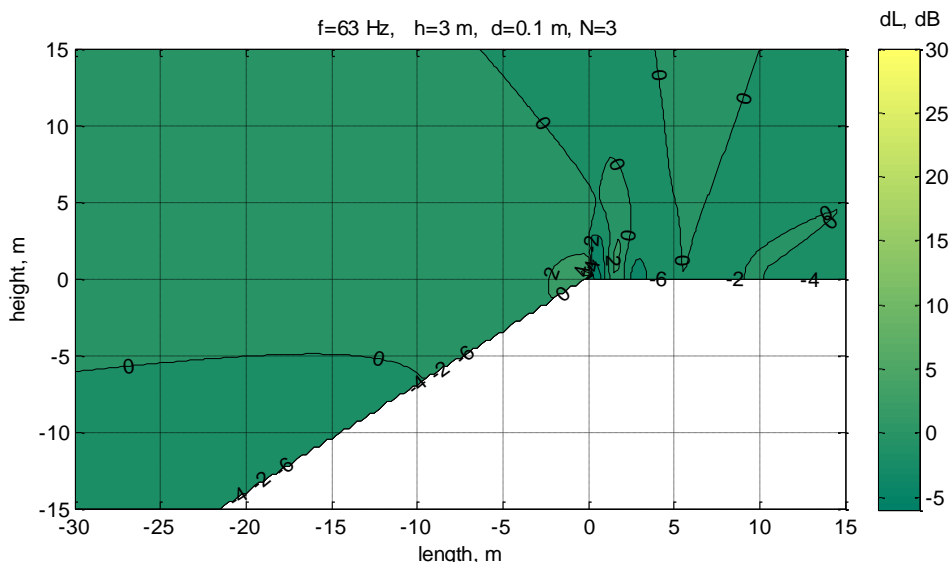
**Рисунок Г.2.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.3. Висота екрану 3 м. Розмір геометричного отвору складає 0,01 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 4 дБ.



**Рисунок Г.3.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

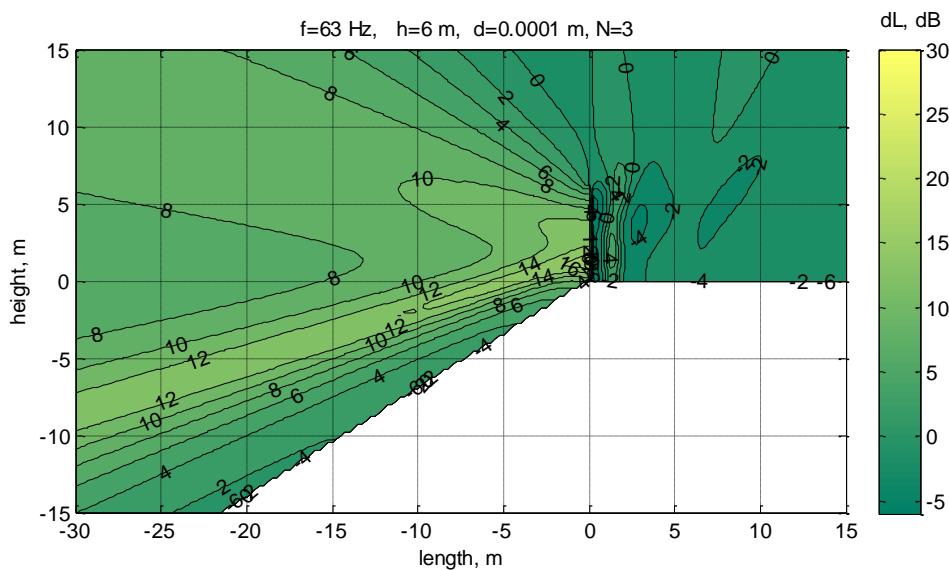
Рисунок Г.4. Висота екрану 3 м. Розмір геометричного отвору складає 0,1 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 2дБ.



**Рисунок Г.4.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

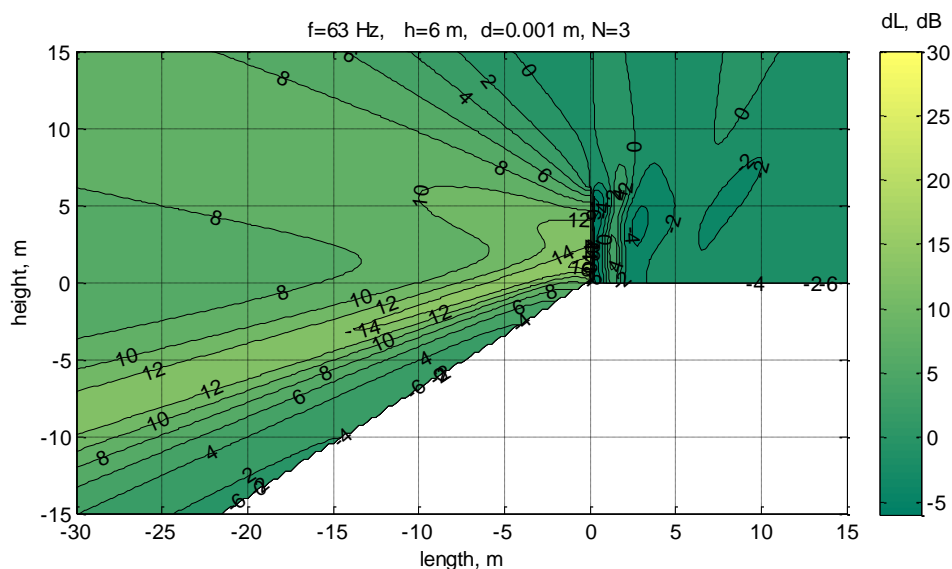
Як ми можемо бачити, ефективність екрану із збільшенням розміру геометричного отвору знижується. Та, наприклад, при висоті екрану в 3 метри, загальна висота всіх щилин складає 0,3 м (тобто 10%), ефективність екрану від рухомих джерел складає не більше 2 дБ.

Рисунок Г.5. Висота екрану 6 м. Розмір геометричного отвору складає 0,0001 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає до 14 дБ.



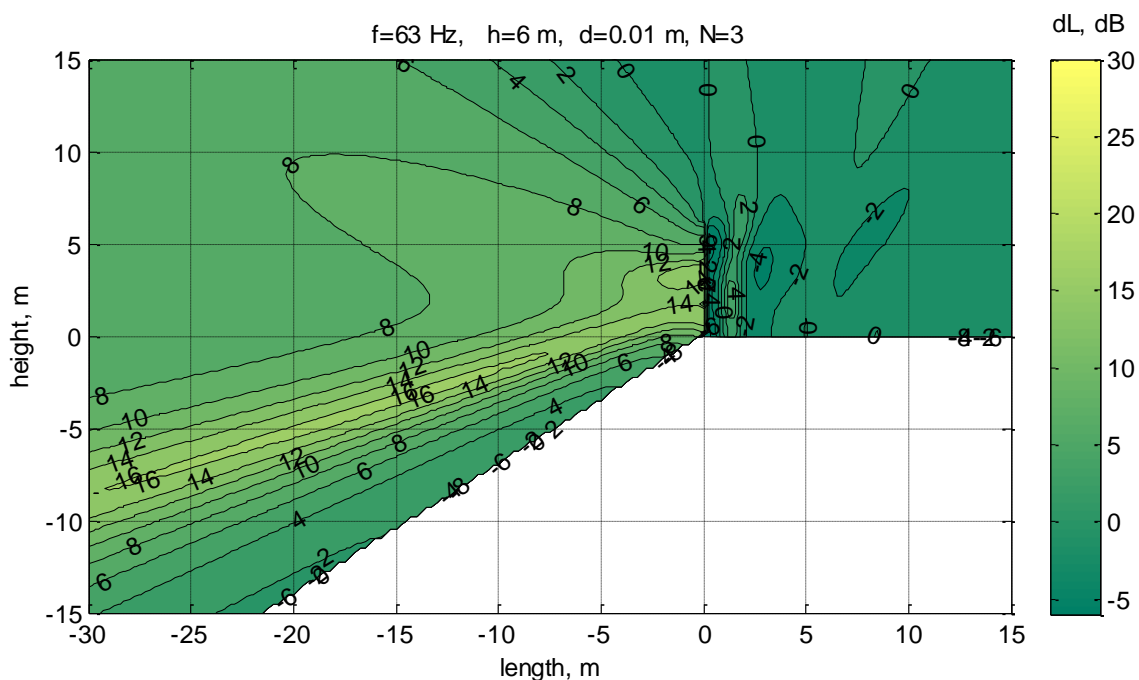
**Рисунок Г.5.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.6. Висота екрану 6 м. Розмір геометричного отвору складає 0,001 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 10-12 дБ.



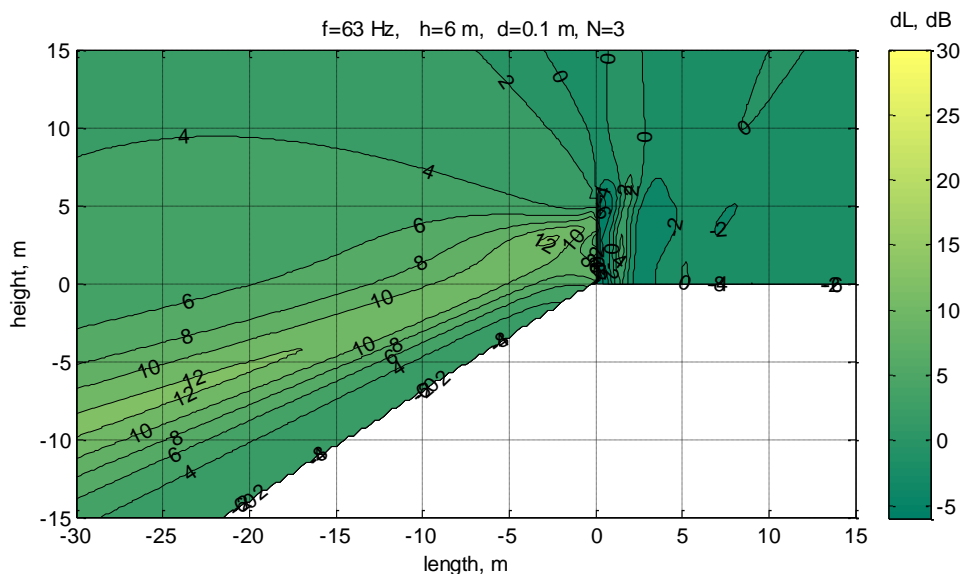
**Рисунок Г.6.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.7. Висота екрану 6 м. Розмір геометричного отвору складає 0,01 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 8-10 дБ.



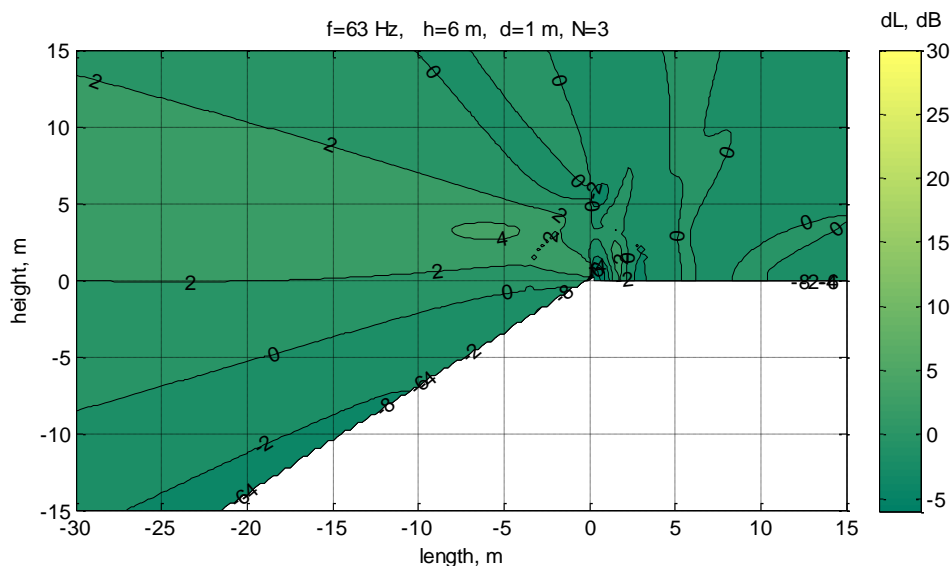
**Рисунок Г.7.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.8. Висота екрану 6 м. Розмір геометричного отвору складає 0,1 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 8 дБ



**Рисунок Г.8.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

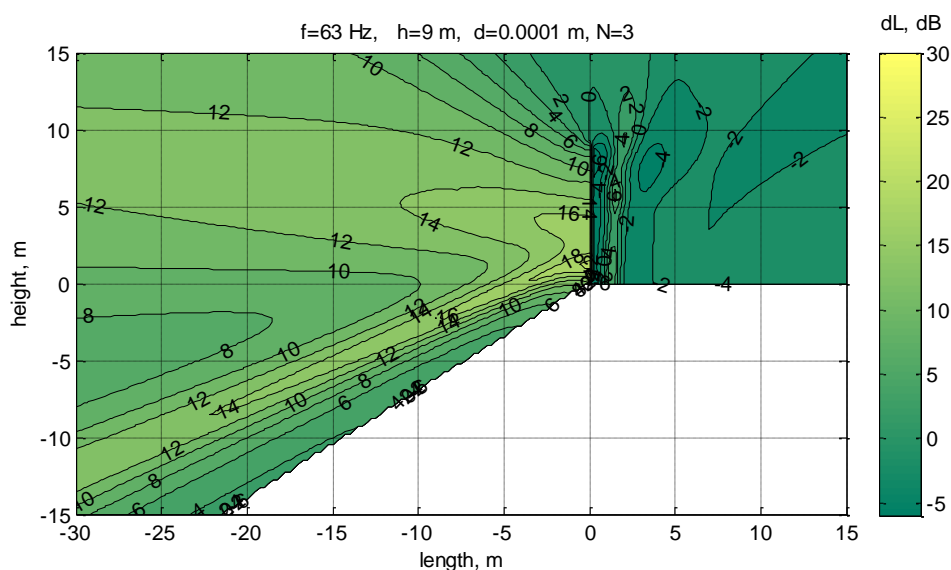
Висота екрану 6 м. Розмір геометричного отвору складає 1 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 2 дБ.



**Рисунок Г.9.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

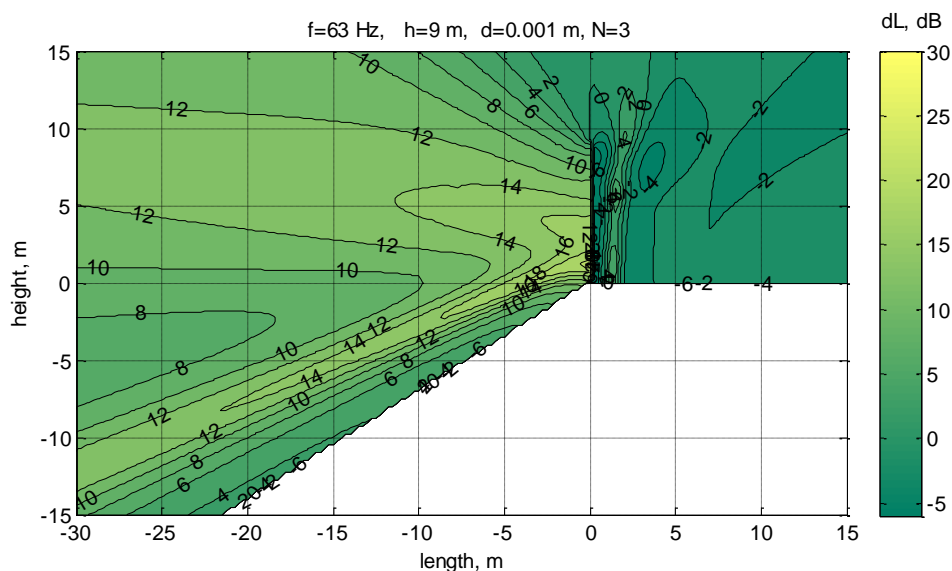
Як ми можемо бачити, ефективність екрану із збільшенням розміру геометричного отвору знижується. Та, наприклад, при висоті екрана в 6 метри, загальна висота всіх щилин склада 0,3 м (тобто 5%), ефективність екрану від рухомих джерел складає не більше 8 дБ.

Рисунок Г.10. Висота екрану 9 м. Розмір геометричного отвору складає 0,0001 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 14 дБ.



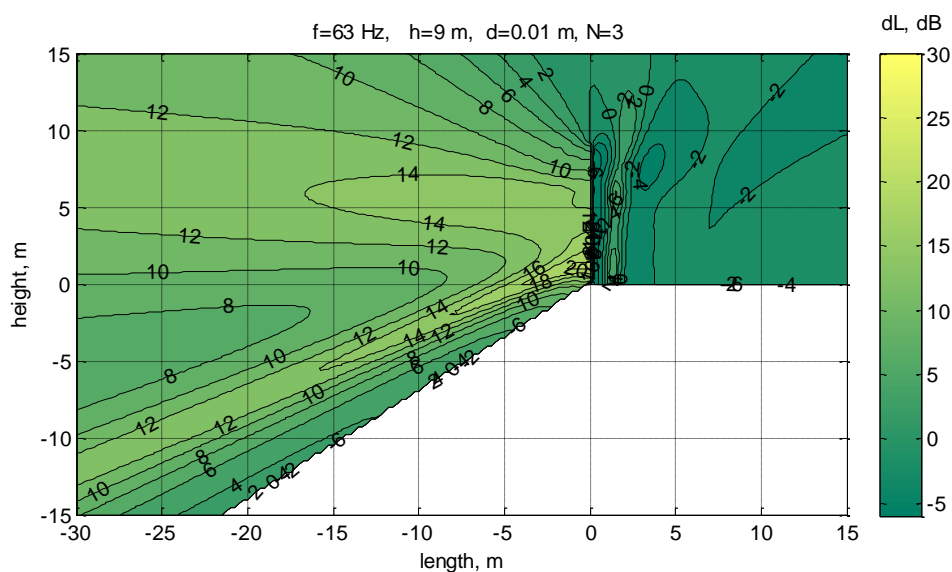
**Рисунок Г.10.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.11. Висота екрану 9 м. Розмір геометричного отвору складає 0,001 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає також 14 дБ.



**Рисунок Г.11.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

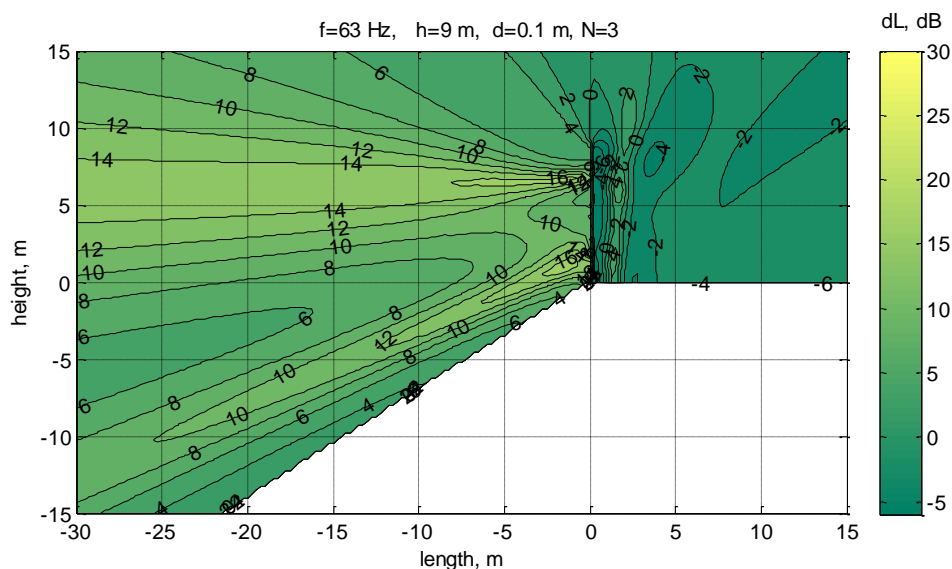
Рисунок Г.12. Висота екрану 9 м. Розмір геометричного отвору складає 0,01 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає також 14 дБ.



**Рисунок Г.12.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

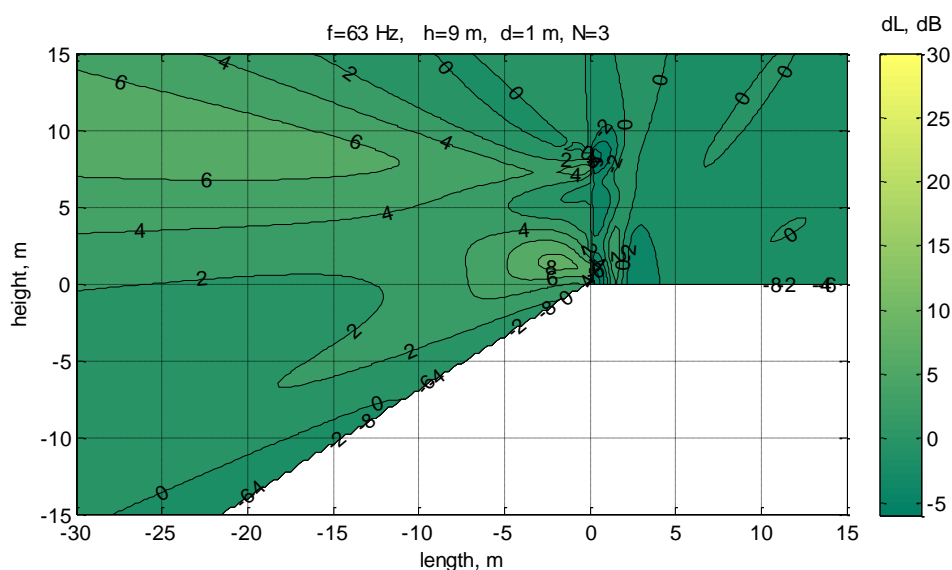
Рисунок Г.13. Висота екрану 9 м. Розмір геометричного отвору складає 0,1 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 10 дБ.





**Рисунок Г.13.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Рисунок Г.14. Висота екрану 9 м. Розмір геометричного отвору складає 1 м, кількістю 3 шт в тілі екрану. Максимальна ефективність в зоні акустичної тіні від екрану складає 4 дБ.



**Рисунок Г.14.** – Ефективність шумозахисного екрану в октавній смузі частот з середньгеометричною частотою 63 Гц

Як ми можемо бачити, ефективність екрану із збільшенням розміру геометричного отвору знижується. Та, наприклад, при висоті екрану в 9 метри, загальна висота всіх щилин складає 0,3 м (тобто 3%), ефективність екрану від рухомих джерел складає не більше 10 дБ.

З чого можна зробити висновки про те що, чим менший відсоток від загальної висоти екрану складає висота щілини, тим менше вона впливає на ефективність, тобто ефективність екрану наближається до ефективності суцільного екрану.

## ДОДАТОК Д

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

1. Заєць В.П., Котенко С.Г., Осипчук Л.Н., Трохименко Н.О. Ефективність шумозахисних екранів кінцевої звукоізоляції // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка. – 2012. – №. 46. – С. 107-111., м.Київ. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів*
2. Котенко С. Г. Измерение акустических свойств шумозащитного экрана в г. Харькове //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – Т. 6. – №. 10. – С. 64-67., м. Харків. (Index Copernicus)
3. Котенко С. Г. Про акустичний комфорт малих придорожніх готелів //Системи обробки інформації. – 2014. – №. 7. – С. 32-40.
4. Заєц В.П., Котенко С.Г., Трохименко М.П., Шумозахисні екрани в Україні: помилки проектування та будівництва // Будівельні матеріали, вироби та санітарна техніка. – 2014. – №. 52. – С. 14-17., Київ. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів*
5. Заєць В. П., Котенко С. Г. Звук рухомого точкового джерела //Електроніка та Зв'язок. – 2015. – Т. 20. – №. 4. – С. 89-93. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні порівняння параметрів експерименту*
6. Авдєєв О. В., Заєць В. П., Котенко С. Г. Комп'ютерне моделювання коливань дзвону //Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – 2015. – Т. 49. – С. 164-169. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні аналізу результатів*
7. V. Zaets, S. Kotenko. Investigation of the efficiency of a noise protection screen with an opening at its base. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, Vol.5. – N5(89). – 2017. p.–4-11. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів (Scopus)*
8. Дідковський В.С., Котенко С.Г. Ефективність шумозахисних екранів на мостах. Міжнародна наукова конференція II Міжнародній науково-практичній конференції «Перспективні шляхи розвитку наукових знань»– Київ, січень 2019.

*Особистий внесок здобувача полягає в проведених розрахунках та аналізі результатів*

9. Погребняк А., Котенко С.Г. «Вплив звукоізоляції на акустичну ефективність шумозахисного екрана» ELCONF-2015, стр.28-31 <http://elconf.ieee.org.ua/>. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів та порівняння методик*

10. Погребняк А.О., Котенко С.Г. «Шумозахисні екрани з кінцевою звукоізоляцією». Матеріали XLII Міжнародна науково-практична конференція «Пріоритетні напрями наукових досліджень», Чернівці 15-16 червня 2016. – Т.1. – Київ: Науково-видавничий центр «Лабораторія думки», 2016.-с.8-12. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні розрахунків параметрів*

11. Поторжицький В.В., Котенко С.Г., Заєць В.П., Патент на корисну модель №108733 «Шумозахисний екран», 2016. *Особистий внесок здобувача полягає в проведенні патентних досліджень та розробці опису винаходу.*

12. Заєць В.П., Котенко, С.Г., Теленга А.О Патент на корисну модель №79889 «Шумозахисний екран», 2018. *Особистий внесок здобувача полягає в розробці опису винаходу та визначенні формули.*